EBS

수능개념 수학

수학 만점의 시작 김경한의

미적분 Ⅱ



EBS

www.ebsi.co.kr

수능개념 수학

수학 만점의 시작 김경한의

미적분 Ⅱ





▶ 강사 **김경한** 선생님

약력

- EBS 강의 7년 (2009년~현재)
- 2015 수능특강 기하와 벡터
- 2014 수능특강, 수능완성 수학 I (B형)
- 2013 수능완성 기하와 벡터
- 전 세화고, 중산고 교사
- 고려대 수학교육과 졸업

강	강의명	페이지
1강	지수함수의 뜻과 그래프	4
2강	로그함수의 뜻과 그래프	12
3강	지수함수와 로그함수의 관계	20
4강	지수함수와 로그함수의 활용	23
5강	지수함수와 로그함수의 극한	37
6강	지수함수와 로그함수의 도함수	44
7강	삼각함수의 뜻	48
8강	삼각함수의 그래프와 성질 (1)	55
9강	삼각함수의 그래프와 성질 (2)	60
10강	삼각방정식과 삼각부등식	61
11강	삼각함수의 덧셈정리	74
12강	삼각함수의 극한 (1)	84
13강	삼각함수의 극한 (2), 삼각함수의 미분	89
14강	몫의 미분법과 합성함수의 미분법 (1)	98
15강	합성함수의 미분법 (2)	103
16강	역함수의 미분법과 이계도함수	108
17강	접선의 방정식과 평균값의 정리	114
18강	함수의 그래프 (1)	122
19강	함수의 그래프 (2)	127
20강	함수의 그래프 (3)	134
21강	부정적분과 정적분	142
22강	미적분학의 기본정리 (1)	146
23강	미적분학의 기본정리 (2)	151
24강	치환적분법	152
25강	부분적분법	158
26강	치환적분법과 부분적분법	163
27강	정적분의 활용-넓이(1)	166
28강	정적분의 활용-넓이(2)	173
29강	정적분의 활용-부피(1)	181
30강	정적분의 활용-부피(2)	186

Ⅰ 지수함수와 로그함수

1 지수함수와 로그함수
2 지수함수와 로그함수의 활용
3 지수함수와 로그함수의 미분



학 습 목 표

- 지수함수의 뜻을 알고, 그래프를 그려 보고, 그 성질을 이해한다.
- 로그함수의 뜻을 알고, 그래프를 그려 보고, 그 성질을 이해한다.
- 지수함수의 그래프를 이용하여 지수함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있다.
- 지수함수의 그래프를 이용하여 지수방정식과 지수부등식을 해결한다.
- 로그함수의 그래프를 이용하여 로그함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있다.
- 로그함수의 그래프를 이용하여 로그방정식과 로그부등식을 해결한다.

1 지수함수와 로그함수

01 지수함수의 뜻과 그래프

학습 목표

- 지수함수의 뜻을 안다.
- 지수함수의 그래프를 그려 보고, 그 성질을 이해한다.

[1] 지수함수 $y=a^x$ 의 정의

$a>0$이고 $a\neq 1$일 때,

$y=a^x$ 은 실수 전체를 정의역으로 하는 함수가 된다.

함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq 1)$를

a를 밑으로 하는 지수함수라고 한다.

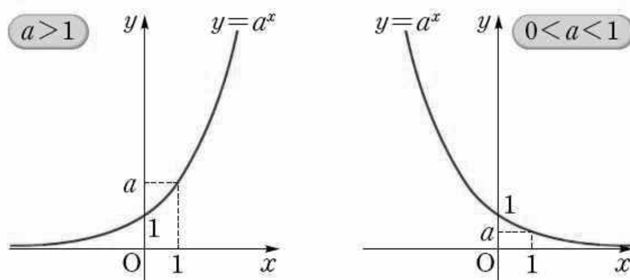
[2] 지수함수 $y=a^x$ 의 그래프

(1) 정의역은 실수 전체의 집합이고,
  치역은 양의 실수 전체의 집합이다.

(2) 점 $(0, 1)$을 지나고, x축을 점근선으로 갖는다.

(3) $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
  즉, $x_1<x_2$이면 $a^{x_1}<a^{x_2}$ 이다.
  $0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
  즉, $x_1<x_2$이면 $a^{x_1}>a^{x_2}$ 이다.

(4) $y=a^x$의 그래프와 $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$의 그래프는
  y축에 대하여 대칭이다.



[3] 지수함수의 평행이동과 대칭이동

(1) x축 방향으로의 평행이동

$y=a^x$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면

⇨ $y=a^{x-m}$ (점근선은 $y=0$)

(2) y축 방향으로의 평행이동

$y=a^x$ 를 y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면

⇨ $y=a^x+n$ (점근선은 $y=n$)

(3) 대칭이동

$y=a^x$ 를

① x축에 대하여 대칭이동하면 ⇨ $y=-a^x$

② y축에 대하여 대칭이동하면 ⇨ $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$

③ 원점에 대하여 대칭이동하면 ⇨ $y=-\left(\frac{1}{a}\right)^x$

[특강] 지수함수의 그래프 빠르게 그리기

1. 점근선을 그린다.
2. 치역 확인한다.
   (즉, 점근선 위쪽인지, 아래쪽인지 확인한다.)
3. 함수의 극한을 이용하여 개형을 그린다.
4. y절편은 $x=0$ 대입해서 구한다.
5. x절편은 $y=0$ 대입해서 지수방정식을 푼다.

1. 다음 지수함수의 그래프를 좌표평면에 그리시오.
(단, 점근선과 x절편 또는 y절편을 반드시 표시하시오.)

(1) $y=2^{x-2}-1$

(2) $y=-2^{x+1}+1$

(3) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}+1$

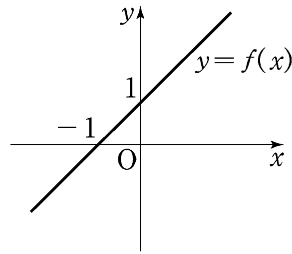
(4) $y=-2^{1-x}+1$

(5) $y=3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}+2$

(6) $y=-\frac{2^x}{4}-1$

2009학년도 수능 9월 모의평가 변형	3점

2. 오른쪽 그림은 일차함수 $y=f(x)$의 그래프이다. 다음 지수함수의 그래프의 개형을 그리시오.
(단, $f(x)$의 식을 구해서 대입하지 말고 $y=f(x)$의 그래프를 이용하시오.)



(1) $y=2^{f(x)}+1$

(2) $y=-2^{f(x)}$

(3) $y=2^{f(-x)}-3$

(4) $y=2^{2-f(x)}$

(5) $y=2^{|f(x)|}$

(6) $y=2^{f(|x|)}$

2008학년도 수능	3점

3. 함수 $f(x)=2^x$의 그래프를 x축 방향으로 m만큼, y축 방향으로 n만큼 평행이동시키면 함수 $y=g(x)$의 그래프가 되고, 이 평행이동에 의하여 점 $\mathrm{A}(1,\ f(1))$이 점 $\mathrm{A}'(3,\ g(3))$으로 이동된다. 함수 $y=g(x)$의 그래프가 점 $(0,1)$을 지날 때, $m+n$의 값은?

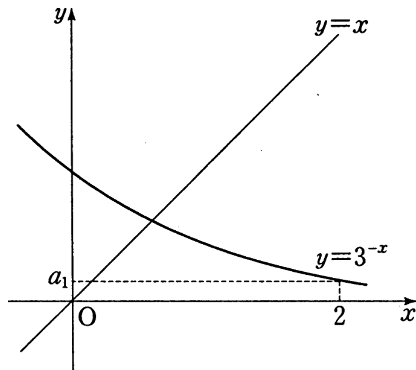
① $\frac{11}{4}$　　② 3　　③ $\frac{13}{4}$　　④ $\frac{7}{2}$　　⑤ $\frac{15}{4}$

2010학년도 수능 6월 모의평가	4점

4. 지수함수 $f(x)=3^{-x}$에 대하여

$$a_1=f(2),\ a_{n+1}=f(a_n)\ (n=1,\ 2,\ 3)$$

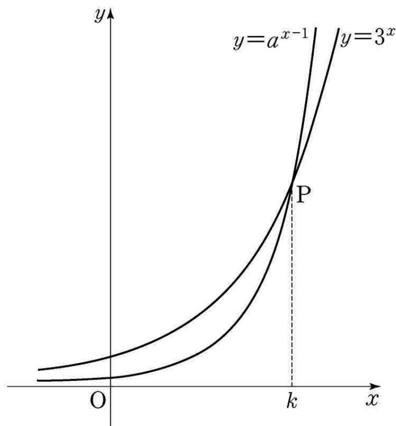
일 때, a_2, a_3, a_4의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?



① $a_2<a_3<a_4$　　② $a_4<a_3<a_2$
③ $a_2<a_4<a_3$　　④ $a_3<a_2<a_4$
⑤ $a_3<a_4<a_2$

2015학년도 수능	3점

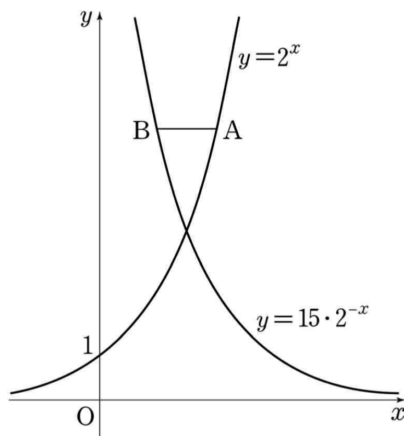
5. $a>3$인 상수 a에 대하여 두 곡선 $y=a^{x-1}$과 $y=3^x$이 점 P에서 만난다. 점 P의 x좌표를 k라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{a}{3}\right)^{n+k}}{\left(\frac{a}{3}\right)^{n+1}+1}$의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2014학년도 수능 6월 모의평가	4점

6. 그림과 같이 함수 $y=2^x$ 의 그래프 위의 한 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=15\cdot2^{-x}$ 의 그래프와 만나는 점을 B 라 하자. 점 A 의 x 좌표를 a 라 할 때, $1<\overline{AB}<100$ 을 만족시키는 2 이상의 자연수 a 의 개수는?



① 40 ② 43 ③ 46
④ 49 ⑤ 52

2009학년도 수능	3점

7. 두 지수함수 $f(x)=a^{bx-1}$, $g(x)=a^{1-bx}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x)$의 그래프는 직선 $x=2$에 대하여 대칭이다.
>
> (나) $f(4)+g(4)=\frac{5}{2}$

두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? (단, $0<a<1$)

① 1 ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2010학년도 수능 6월 모의평가	4점

8. 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)$를 만족시키고,

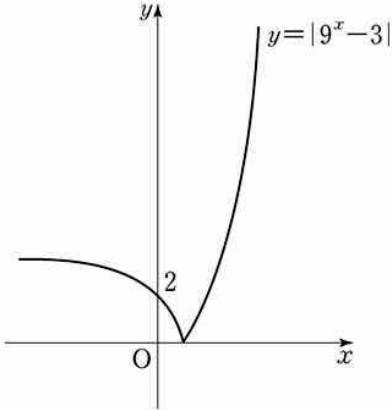
$$f(x)=\left|x-\frac{1}{2}\right|+1 \quad \left(-\frac{1}{2}\le x<\frac{3}{2}\right)$$

이다. 자연수 n에 대하여 지수함수 $y=2^{\frac{x}{n}}$의 그래프와 함수 $y=f(x)$의 그래프의 교점의 개수가 5가 되도록 하는 모든 n의 값의 합은?

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

2016학년도 수능 6월 모의평가	4점

9. 좌표평면 위의 두 곡선 $y = |9^x - 3|$ 과 $y = 2^{x+k}$이 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표를 x_1, x_2 $(x_1 < x_2)$라 할 때, $x_1 < 0$, $0 < x_2 < 2$를 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합은?



① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

2014학년도 수능	4점

10. 좌표평면에서 $a > 1$인 자연수 a에 대하여 두 곡선 $y = 4^x$, $y = a^{-x+4}$과 직선 $y = 1$로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40 이하가 되도록 하는 a의 개수를 구하시오.

02 로그함수의 뜻과 그래프

학습 목표

- 로그함수의 뜻을 안다.
- 로그함수의 그래프를 그려 보고, 그 성질을 이해한다.

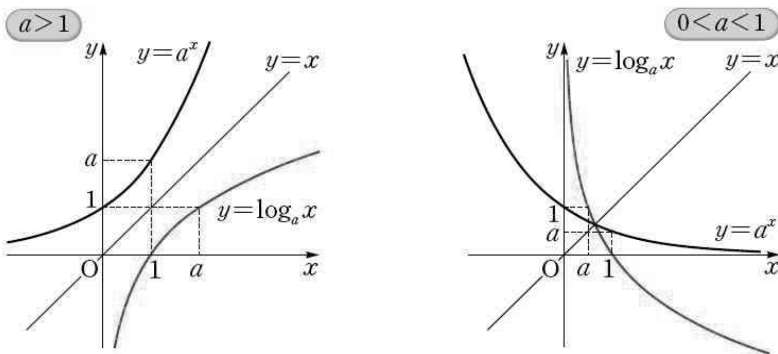
[1] 로그함수의 뜻

지수함수 $y=a^x$ $(a>0, a\neq 1)$은 실수 전체의 집합에서 양의 실수 전체의 집합으로의 일대일 대응이므로 역함수를 갖는다.

지수함수 $y=a^x$ $(a>0, a\neq 1)$의 역함수인 $y=\log_a x$를 a를 밑으로 하는 로그함수라고 한다.

[2] 로그함수 $y=\log_a x$의 그래프

$y=\log_a x$의 그래프와 $y=a^x$의 그래프는 역함수 관계에 있으므로 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.



[3] 로그함수 $y=\log_a x$의 성질

(1) 정의역은 양의 실수 전체의 집합,
 치역은 실수 전체의 집합이다.

(2) 점 $(1, 0)$과 점 $(a, 1)$을 지나고, y축을 점근선으로 갖는다.

(3) $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
 즉, $x_1<x_2$이면 $\log_a x_1<\log_a x_2$이다.
 $0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
 즉, $x_1<x_2$이면 $\log_a x_1>\log_a x_2$이다.

(4) $y=\log_a x$의 그래프와 $y=\log_{\frac{1}{a}} x$의 그래프는
 x축에 대하여 대칭이다.

[4] 로그함수의 평행이동과 대칭이동

(1) x축 방향으로의 평행이동

$y=\log_a x$를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면

⇨ $y=\log_a (x-m)$ (점근선은 $x=m$)

(2) y축 방향으로의 평행이동

$y=\log_a x$의 그래프를 y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면

⇨ $y=\log_a x+n$ (점근선은 $x=0$)

(3) 대칭이동

$y=\log_a x$를

① x축에 대하여 대칭이동하면 ⇨ $y=-\log_a x$

② y축에 대하여 대칭이동하면 ⇨ $y=\log_a(-x)$

③ 원점에 대하여 대칭이동하면 ⇨ $y=-\log_a(-x)$

[특강] 로그함수의 그래프 빠르게 그리기

1. 진수를 보고 점근선을 그린다.
2. 진수를 보고 정의역을 확인한다.
 (즉, 점근선 왼쪽인지, 오른쪽인지 확인한다.)
3. 함수의 극한을 이용하여 개형을 그린다.
4. y절편은 $x=0$ 대입해서 구한다.
5. x절편은 $y=0$ 대입해서 로그방정식을 푼다.

2007학년도 수능 9월 모의평가 변형	3점

11. 다음 로그함수의 그래프를 좌표평면에 그리시오.
 (단, 점근선과 x절편 또는 y절편을 반드시 표시하시오.)

(1) $y=\log_2(x-2)-1$

(2) $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+1)+1$

(3) $y=-\log(1-x)+2$

(4) $y=\log(x-1)^2$

(5) $y=\log_2\dfrac{2}{1-x}$

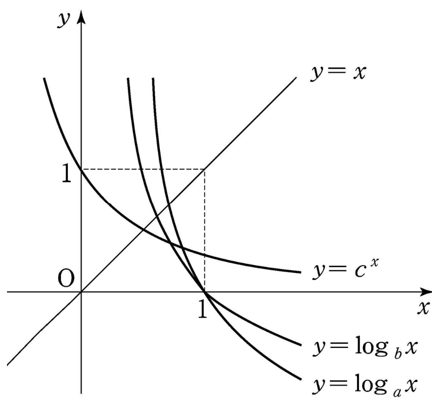
(6) $y=\log_2\dfrac{4}{x-1}$

(7) $y=|\log x|$

(8) $y=\log|x|$

2008학년도 수능 9월 모의평가	3점

12. 다음은 1 이 아닌 세 양수 a, b, c 에 대하여 세 함수 $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=c^x$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 세 양수 a, b, c 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

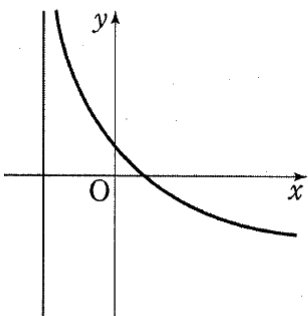


① $a>b>c$ ② $a>c>b$ ③ $b>a>c$
④ $b>c>a$ ⑤ $c>b>a$

2010학년도 수능 9월 모의평가	4점

13. 좌표평면에서 세 점$(15, 4)$, $(15, 1)$, $(64, 1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형과 로그함수 $y = \log_k x$의 그래프가 만나도록 하는 자연수 k의 개수를 구하시오.

14. 아래 그림은 제 1, 2, 4사분면을 지나는 로그함수 $y = \log_a(x+b)+c$의 그래프와 이 로그함수의 점근선을 나타낸 것이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



<보 기>

ㄱ. $0 < a < 1$
ㄴ. $b > 0$
ㄷ. $c > 0$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2015학년도 수능 6월 모의평가	4점

15. $0 < a < 1 < b$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \log_a(bx-1),\quad g(x) = \log_b(ax-1)$$

이 있다. 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축의 교점이 곡선 $y = g(x)$ 의 점근선 위에 있도록 하는 a 와 b 사이의 관계식과 a 의 범위를 옳게 나타낸 것은?

① $b = -2a+2$ $(a < a < \frac{1}{2})$

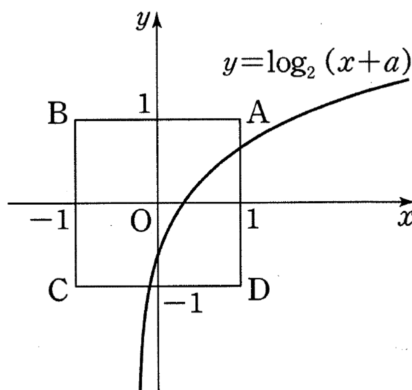
② $b = 2a$ $(0 < a < \frac{1}{2})$

③ $b = 2a$ $(\frac{1}{2} < a < 1)$

④ $b = 2a+1$ $(0 < a < \frac{1}{2})$

⑤ $b = 2a+1$ $(\frac{1}{2} < a < 1)$

16. 네 점 $\mathrm{A}(1,\ 1)$, $\mathrm{B}(-1,\ 1)$, $\mathrm{C}(-1,\ -1)$, $\mathrm{D}(1,\ -1)$을 꼭짓점으로 하는 정사각형 ABCD의 네 변 AB, BC, CD, DA와 함수 $y = \log_2(x+a)$의 그래프의 교점의 개수를 $f(a)$라 할 때, $\lim_{a \to -1+0} f(a) + \lim_{a \to 3-0} f(a)$의 값은? (단, a는 실수이다.)

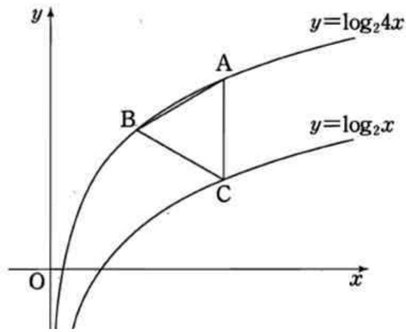


① 1　　② 2　　③ 3

④ 4　　⑤ 5

2011학년도 수능 9월 모의평가	4점

17. 함수 $y=\log_2 4x$의 그래프 위의 두 점 A, B와 함수 $y=\log_2 x$의 그래프 위의 점 C에 대하여, 선분 AC가 y축에 평행하고 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 점 B의 좌표는 (p, q)이다. $p^2 \times 2^q$의 값은?

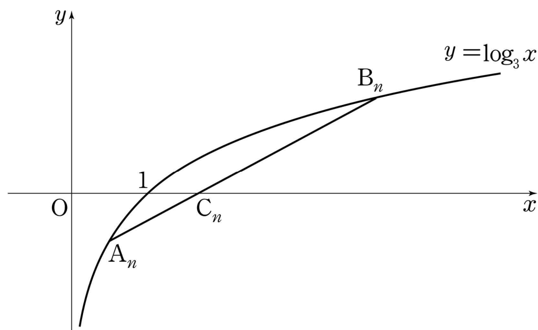


① $6\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$
④ $15\sqrt{3}$ ⑤ $18\sqrt{3}$

18. 2 이상의 자연수 n에 대하여 함수 $y=\log_3 x$의 그래프 위의 x좌표가 $\frac{1}{n}$인 점을 A_n이라 하자. 그래프 위의 점 B_n과 x축 위의 점 C_n이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 점 C_n은 선분 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$과 x축의 교점이다.
> (나) $\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{C}_n} : \overline{\mathrm{C}_n\mathrm{B}_n} = 1 : 2$

점 C_n의 x좌표를 x_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{x_n}{n^2}$의 값은?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

2008학년도 수능	4점

19. 직선 $y=2-x$가 두 로그함수 $y=\log_2 x$, $y=\log_3 x$의 그래프와 만나는 점을 각각 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $x_1 > y_2$

ㄴ. $x_2 - x_1 = y_1 - y_2$

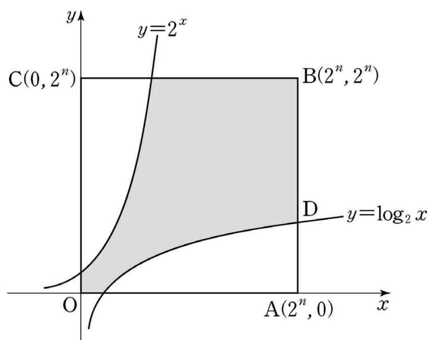
ㄷ. $x_1 y_1 > x_2 y_2$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2014학년도 수능 9월 모의평가	3점

20. 좌표평면에서 꼭짓점의 좌표가 $O(0,\ 0)$, $A(2^n,\ 0)$, $B(2^n,\ 2^n)$, $C(0,\ 2^n)$인 정사각형 $OABC$와 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$에 대하여 선분 AB가 곡선 $y=\log_2 x$와 만나는 점을 D라 하자. 선분 AD를 $2:3$으로 내분하는 점을 지나고 y축에 수직인 직선이 곡선 $y=\log_2 x$와 만나는 점을 E, 점 E를 지나고 x축에 수직인 직선이 곡선 $y=2^x$과 만나는 점을 F라 하자. 점 F의 y좌표가 16일 때, 직선 DF의 기울기는?

(단, n은 자연수이다.)



① $-\frac{13}{28}$ ② $-\frac{25}{56}$ ③ $-\frac{3}{7}$
④ $-\frac{23}{56}$ ⑤ $-\frac{11}{28}$

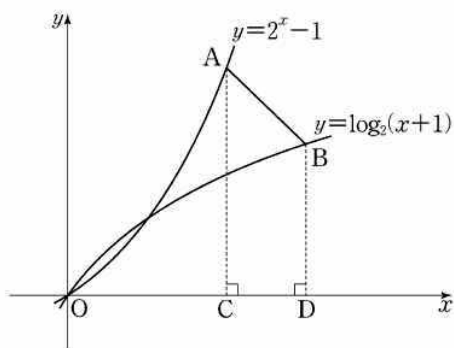
2008학년도 수능	3점

21. 지수함수 $f(x)=a^{x-m}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 두 점에서 만나고, 두 교점의 x 좌표가 1과 3일 때, $a+m$ 의 값은?

① $2-\sqrt{3}$ ② 2 ③ $1+\sqrt{3}$
④ 3 ⑤ $2+\sqrt{3}$

2011학년도 수능 6월 모의평가	3점

22. 곡선 $y=2^x-1$ 위의 점 $\mathrm{A}(2,3)$을 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=\log_2(x+1)$과 만나는 점을 B라 하자. 두 점 A, B 에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 할 때, 사각형 ACDB 의 넓이는?



① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

2009학년도 수능 9월 모의평가	3점

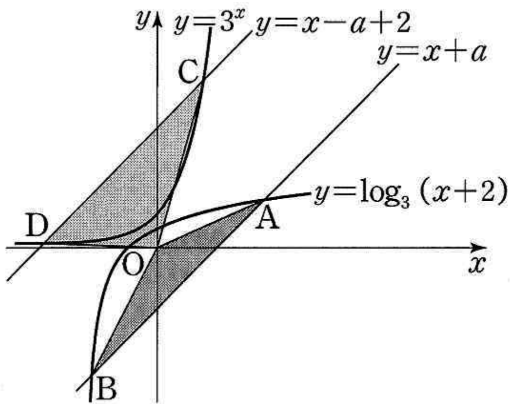
23. 두 함수 $f(x)=2^{x-2}+1$, $g(x)=\log_2(x-1)+2$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $f^{-1}(5)\cdot\{g(5)+1\}=20$이다.
ㄴ. $y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.
ㄷ. $y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 그래프는 만나지 않는다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 그림과 같이 $a<0$인 실수 a에 대하여 함수 $y=\log_3(x+2)$의 그래프가 직선 $y=x+a$와 만나는 두 점을 A, B라 하고, 함수 $y=3^x$의 그래프가 직선 $y=x-a+2$와 만나는 두 점을 C, D라 하자. 삼각형 OAB의 넓이가 삼각형 OCD의 넓이의 $\frac{1}{2}$일 때, a의 값은? (단, O는 원점이다.)



① -4 ② $-\frac{7}{2}$ ③ -3 ④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ -2

2013학년도 수능	4점

25. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 영역 $\left\{(x,\ y) \mid 2^x - n \leq y \leq \log_2(x+n)\right\}$에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n이라 하자.

> (가) x좌표와 y좌표는 서로 같다.
> (나) x좌표와 y좌표는 모두 정수이다.

예를 들어, $a_1 = 2,\ a_2 = 4$이다.

$\sum_{n=1}^{30} a_n$의 값을 구하시오.

2 지수함수와 로그함수의 활용

01 지수함수의 최대·최소

학습 목표

• 지수함수의 그래프를 이용하여 지수함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있다.

지수함수 $y=a^x$는
$a>1$일 때 증가함수이고, $0<a<1$일 때 감소함수이다.

따라서 지수함수 $y=a^{f(x)}$에 대하여
(1) $a>1$일 때
① $f(x)$의 값이 최대일 때, $y=a^{f(x)}$도 최대이다.
② $f(x)$의 값이 최소일 때, $y=a^{f(x)}$도 최소이다.

(2) $0<a<1$일 때
① $f(x)$의 값이 최대일 때, $y=a^{f(x)}$은 최소이다.
② $f(x)$의 값이 최소일 때, $y=a^{f(x)}$은 최대이다.

2007학년도 수능 6월 모의평가	3점

1. 함수 $f(x)=2^{x^2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3}$의 최솟값은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

2. $0\le x\le 3$에서 정의된 함수 $y=|4^{x-1}-2^{x+1}|$은 $x=\alpha$에서 최댓값 M을 갖는다. $\alpha+M$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

02 지수방정식

학습 목표

- 지수함수의 그래프를 이용하여 지수방정식을 해결한다.

지수에 미지수를 포함하는 방정식을 지수방정식이라 한다.

<지수방정식의 해법>

① $a^{f(x)}=a^{g(x)}$ 꼴의 해법 (밑을 같게 할 수 있는 경우)
$a^{f(x)}=a^{g(x)} \quad \Rightarrow \quad f(x)=g(x)$ 임을 이용

② $a^{f(x)}=b^{f(x)}$ 꼴의 해법 (지수를 같게 할 수 있는 경우)
$a^{f(x)}=b^{f(x)} \quad \Rightarrow \quad a=b$ 또는 $f(x)=0$ 임을 이용

③ a^x 꼴이 반복되는 경우
$a^x=t$ $(a>0, a\neq 1)$로 치환하여 t에 대한 방정식을 푼다.
이 때, $a^x>0$이므로 $t>0$임에 주의한다.

2011학년도 수능 6월 모의평가	3점

3. 지수방정식 $\dfrac{16^x}{2}=2^{x+3}$을 만족시키는 x의 값은?

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\dfrac{4}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{3}$

2010학년도 수능 6월 모의평가	3점

4. 지수방정식 $9^x - 3^{x+2} + 8 = 0$의 두 근을 α, β라 할 때, $3^{2\alpha} + 3^{2\beta}$의 값을 구하시오.

2010학년도 수능	3점

5. 지수방정식 $2^x + 2^{2-x} = 5$ 의 모든 실근의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2013학년도 수능 6월 모의평가	4점

6. 방정식

$$4^x + 4^{-x} + a(2^x - 2^{-x}) + 7 = 0$$

이 실근을 갖기 위한 양수 a의 최솟값을 m이라 할 때, m^2의 값을 구하시오.

03 지수부등식

학습 목표
- 지수함수의 그래프를 이용하여 지수부등식을 해결한다.

지수에 미지수를 포함하는 부등식을 지수부등식이라 한다.

<지수부등식의 해법>

① $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ 꼴의 부등식의 해법 (밑을 같게 할 수 있는 경우)

$a > 1$일 때, $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Rightarrow f(x) > g(x)$ 임을 이용

$0 < a < 1$일 때, $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Rightarrow f(x) < g(x)$ 임을 이용

② a^x 꼴이 반복되는 경우

$a^x = t$ $(a > 0, a \neq 1)$로 치환하여 t에 대한 부등식을 푼다.

이 때, $a^x > 0$이므로 $t > 0$임에 주의한다.

2012학년도 수능	3점

7. 지수부등식 $(3^x - 5)(3^x - 100) < 0$ 을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은?

① 5　② 7　③ 9　④ 11　⑤ 13

2006학년도 수능 9월 모의평가	2점

8. 지수부등식 $2^{x^2} < 4 \cdot 2^x$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

2007학년도 수능 9월 모의평가	3점

9. 부등식 $9^x - 3^{x+2} + 18 < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $3^\alpha \cdot 3^\beta$ 의 값을 구하시오.

10. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $4^x - k \cdot 2^x + 3 \geq 0$이 성립하도록 하는 상수 k의 최댓값은?

① 0　② $\sqrt{2}$　③ $\sqrt{3}$
④ $2\sqrt{2}$　⑤ $2\sqrt{3}$

04 로그함수의 최대·최소

학습 목표

- 로그함수의 그래프를 이용하여 로그함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있다.

로그함수 $y=\log_a x$는

$a>1$일 때 증가함수이고, $0<a<1$일 때 감소함수이다.

따라서 로그함수 $y=\log_a f(x)$에 대하여

(1) $a>1$일 때

진수 $f(x)$가 최대일 때, $y=\log_a f(x)$도 최대이다.

진수 $f(x)$가 최소일 때, $y=\log_a f(x)$도 최소이다.

(2) $0<a<1$일 때

진수 $f(x)$가 최대일 때, $y=\log_a f(x)$는 최소이다.

진수 $f(x)$가 최소일 때, $y=\log_a f(x)$는 최대이다.

2007학년도 수능 6월 모의평가	3점

11. 정의역이 $\{x\mid 5\leq x\leq 8\}$인 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x-a)$의 최솟값이 -2일 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2009학년도 수능	3점

12. 함수 $y = 3 + \log_3(x^2 - 4x + 31)$의 최솟값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

13. $\frac{1}{3} \le x \le 3$에서 정의된 함수 $f(x) = 9x^{-2+\log_3 x}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오.

05 로그방정식

학습 목표

- 로그함수의 그래프를 이용하여 로그방정식을 해결한다.

로그의 밑 또는 진수에 미지수를 포함하는 방정식을
로그방정식이라 한다.

<로그방정식의 해법>

(주의) 로그방정식을 풀 때는 제일 먼저 밑 조건과 진수 조건을 확인한다.

① $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ 꼴의 해법 (밑을 같게 할 수 있는 경우)
$\log_a f(x) = \log_a g(x) \quad \Rightarrow \quad f(x) = g(x)$ 임을 이용

② $\log_a f(x) = \log_b f(x)$ 꼴의 해법 (진수를 같게 할 수 있는 경우)
$\log_a f(x) = \log_b f(x) \quad \Rightarrow \quad a = b$ 또는 $f(x) = 1$ 임을 이용

③ $\log_a x$꼴이 반복되는 경우
$\Rightarrow \log_a x = t$ 로 치환하여 t에 대한 방정식을 푼다.

④ $\{f(x)\}^{\log x}$와 같이 지수에 로그가 있을 때
$\Rightarrow$ 양변에 로그를 취한다.

2006학년도 수능 6월 모의평가	3점

14. 방정식 $\log_4(\log_2 x) = 1$을 만족시키는 x의 값을 구하시오.

2015학년도 수능 9월 모의평가	3점

15. 로그방정식 $\log_8 x - \log_8 (x-7) = \frac{1}{3}$ 의 해를 구하시오.

2009학년도 수능 6월 모의평가	3점

16. 로그방정식 $\left(\log_3 \frac{x}{3}\right)^2 - 20\log_9 x + 26 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$의 값은?

① 3^8 ② 3^9 ③ 3^{10} ④ 3^{11} ⑤ 3^{12}

2014학년도 수능 6월 모의평가	4점

17. 로그 방정식 $x^{\log_2 x} = 8x^2$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$의 값을 구하시오.

18. 방정식 $\log_2 (x-1)^2 - 3\log_4 |x-1| = 2$ 의 모든 실근의 합은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

06 로그부등식

학습 목표
- 로그함수의 그래프를 이용하여 로그부등식을 해결한다.

로그의 밑 또는 진수에 미지수가 들어 있는 부등식을
로그부등식이라 한다.

<로그부등식의 해법>

(주의) 로그방정식을 풀 때는 제일 먼저 밑 조건과 진수 조건을 확인한다.

① $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ 꼴의 해법 (밑을 같게 할 수 있는 경우)
$a > 1$일 때, $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Rightarrow f(x) > g(x)$ 임을 이용
$0 < a < 1$일 때, $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Rightarrow f(x) < g(x)$ 임을 이용

② $\log_a x$꼴이 반복되는 경우
$\Rightarrow \log_a x = t$ 로 치환하여 t에 대한 부등식을 푼다.

③ 지수에 로그가 있는 경우
$\Rightarrow$ 양변에 로그를 취하여 푼다.
이 때 로그의 밑이 $0 <$ (밑) < 1이면 부등호의 방향이 바뀐다.

2010학년도 수능	3점

19. 로그부등식 $\log_2 x \le \log_4 (12x + 28)$을 만족시키는 자연수 x의 개수를 구하시오.

2013학년도 수능 6월 모의평가	3점

20. 로그부등식 $\log_2(7-x) + \log_2(7+x) > 4$를 만족시키는 정수 x의 개수를 구하시오.

2010학년도 수능 6월 모의평가	3점

21. 부등식

$$1+\log_{\frac{1}{2}}x^2 > \log_{\frac{1}{2}}(5x-8)$$

의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하시오.

2009학년도 수능 6월 모의평가	3점

22. 부등식 $|a-\log_2 x| \leqq 1$ 을 만족시키는 x 의 최댓값과 최솟값의 차가 18일 때, 2^a 의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

2012학년도 수능 6월 모의평가	4점

23. 부등식 $\log_2 x^2 - \log_2 |x| \leqq 3$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

2008학년도 수능	3점

24. 부등식 $(\log_3 x)(\log_3 3x) \leq 20$을 만족시키는 자연수 x의 최댓값을 구하시오.

25. 부등식 $a^{x-1} < a^{2x+1}$의 해가 $x < -2$일 때, 부등식 $\log_a(x-2) < \log_a(4-x)$의 해는?
(단, 상수 a는 1이 아닌 양수이다.)

① $2 < x < 3$　② $3 < x < 4$　③ $2 < x < 4$
④ $x < 3$　⑤ $x > 3$

[특강] 로그함수의 수학 외적 해결력 문제

2015학년도 수능	3점

26. 디지털 사진을 압축할 때 원본 사진과 압축한 사진의 다른 정도를 나타내는 지표인 최대 신호 대 잡음비를 P,
원본 사진과 압축한 사진의 평균제곱오차를 E라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P = 20\log 225 - 10\log E \quad (E > 0)$$

두 원본 사진 A, B를 압축했을 때 최대 신호 대 잡음비를 각각 P_A, P_B라 하고, 평균제곱오차를 각각 $E_A\ (E_A > 0)$, $E_B\ (E_B > 0)$이라 하자. $E_B = 100E_A$일 때, $P_A - P_B$의 값을 구하시오.

2014학년도 수능	3점

27. 단면의 반지름의 길이가 $R(R<1)$인 원기둥 모양의 어느 급수관에 물이 가득 차 흐르고 있다. 이 급수관의 단면의 중심에서의 물의 속력을 v_c, 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $x(0 < x \le R)$만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력을 v라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\frac{v_c}{v} = 1 = k\log\frac{x}{R}$$

(단, k는 양의 상수이고, 길이의 단위는 m, 속력의 단위는 m/초이다.)

$R<1$인 이 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $R^{\frac{27}{23}}$만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{2}$일 때, 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 R^a만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{3}$이다. $23a$의 값을 구하시오.

2013학년도 수능	3점

28. 화재가 발생한 화재실의 온도는 시간에 따라 변한다. 어떤 화재실의 초기 온도를 T_0(℃), 화재가 발생한 지 t분 후의 온도를 T(℃)라고 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$T = T_0 + k\log(8t+1) \text{ (단, } k\text{는 상수이다.)}$$

초기 온도가 20℃인 이 화재실에서 화재가 발생한 지 $\frac{9}{8}$분 후의 온도는 365℃이었고, 화재가 발생한 지 a분 후의 온도는 710℃이었다. a의 값은?

① $\frac{99}{8}$ ② $\frac{109}{8}$ ③ $\frac{119}{8}$

④ $\frac{129}{8}$ ⑤ $\frac{139}{8}$

2012학년도 수능	3점

29. 누에나방 암컷은 페로몬을 분비하여 수컷을 유인한다. 누에나방 암컷이 페로몬을 분비한 후 t초가 지났을 때 분비한 곳으로부터 거리가 x인 곳에서 측정한 페로몬의 농도 y는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$\log y = A - \frac{1}{2}\log t - \frac{Kx^2}{t} \text{ (단, } A \text{ 와 } K \text{ 는 양의 상수이다.)}$$

누에나방 암컷이 페로몬을 분비한 후 1초가 지났을 때 분비한 곳으로부터 거리가 2인 곳에서 측정한 페로몬의 농도는 a이고, 분비한 후 4초가 지났을 때 분비한 곳으로부터 거리가 d인 곳에서 측정한 페로몬의 농도는 $\frac{a}{2}$이다. d의 값은?

① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

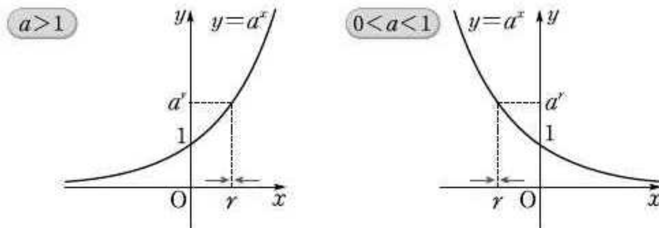
3 지수함수와 로그함수의 미분

01 지수 로그함수의 극한

학습 목표

• 지수함수와 로그함수의 극한값을 구할 수 있다.

[1] 지수함수의 극한



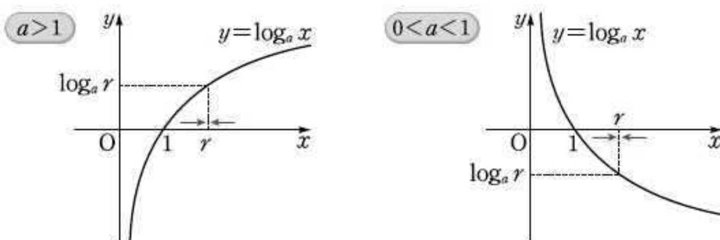
실수 r에 대하여 $\lim_{x \to r} a^x = a^r$이므로

지수함수 $y = a^x$은 모든 실수에서 연속이다.

(i) $a > 1$일 때, $\lim_{x \to \infty} a^x = \infty$, $\lim_{x \to -\infty} a^x = 0$

(ii) $0 < a < 1$일 때, $\lim_{x \to \infty} a^x = 0$, $\lim_{x \to -\infty} a^x = \infty$

[2] 로그함수의 극한



양수 r에 대하여 $\lim_{x \to r} \log_a x = \log_a r$이므로

로그함수 $y = \log_a x$는 모든 양의 실수에서 연속이다.

(i) $a > 1$일 때, $\lim_{x \to 0+} \log_a x = -\infty$, $\lim_{x \to \infty} \log_a x = \infty$

(ii) $0 < a < 1$일 때, $\lim_{x \to 0+} \log_a x = \infty$, $\lim_{x \to \infty} \log_a x = -\infty$

02 무리수 e와 자연로그

학습 목표

- 지수함수와 로그함수의 극한값을 구할 수 있다.
- 무리수 e와 자연로그의 뜻을 안다.

[1] 무리수 e와 자연로그

(1) 무리수 e의 정의

$$e = \lim_{x \to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} \quad (e = 2.71828182845904\cdots)$$

$$= \lim_{t \to \infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}$$

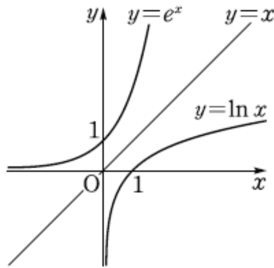
$$= \lim_{k \to -\infty}\left(1+\frac{1}{k}\right)^{k}$$

(2) 자연로그

무리수 e를 밑으로 하는 로그 $\log_e x$를 자연로그라 하고,

$\log_e x$의 밑 e를 생략하여 $\ln x$와 같이 나타낸다. 즉, $\log_e x = \ln x$

지수함수 $y=e^x$과 로그함수 $y=\ln x$는 서로 역함수 관계이다.



[2] 무리수 e에 대한 극한

(1) 밑이 e인 지수함수와 로그함수의 극한

① $\lim_{x \to 0}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

② $\lim_{x \to 0}\frac{e^x - 1}{x} = 1$

(2) 밑이 e가 아닌 지수함수와 로그함수의 극한

(단, $a>0$, $a \neq 1$)

① $\lim_{x \to 0}\frac{\log_a(1+x)}{x} = \frac{1}{\ln a}$

② $\lim_{x \to 0}\frac{a^x - 1}{x} = \ln a$

2015학년도 수능 6월 모의평가	2점

1. $\lim_{x \to 0}(1+x)^{\frac{5}{x}}$ 의 값은?

① $\frac{1}{e^5}$ ② $\frac{1}{e^3}$ ③ 1 ④ e^3 ⑤ e^5

2013학년도 수능 6월 모의평가	2점

2. $\lim_{x \to 0}(1+3x)^{\frac{1}{6x}}$ 의 값은?

① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ $\sqrt{e}$ ④ e ⑤ e^2

2015학년도 수능	2점

3. $\lim_{x \to 0}\frac{\ln(1+x)}{3x}$ 의 값은?

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

2014학년도 수능 9월 모의평가	3점

4. $\lim_{x \to 0}\frac{\ln(1+3x)+9x}{2x}$ 의 값을 구하시오.

2012학년도 수능	2점

5. $\lim_{x \to 0}\frac{e^x-1}{5x}$ 의 값은?

① 5 ② e ③ 1 ④ $\frac{1}{e}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

2014학년도 수능 6월 모의평가	3점

6. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}+10x-1}{x}$ 의 값을 구하시오.

2011학년도 수능 6월 모의평가	4점

7. 세 양수 a, b, c 에 대하여 $\lim_{x\to\infty} x^{a}\ln\left(b+\frac{c}{x^2}\right)=2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8. $\lim_{x\to 0}\frac{a^x+b}{\ln(x+1)}=\ln 3$ $(a>0,\ a\neq 1)$을 만족하는 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2013학년도 수능 6월 모의평가	3점

9. 함수 $f(x)$ 가 $x > -1$ 인 모든 실수 x 에 대하여

부등식 $\ln(1+x) \le f(x) \le \frac{1}{2}\left(e^{2x}-1\right)$ 을 만족시킬 때,

$\lim_{x \to 0} \frac{f(3x)}{x}$ 의 값은?

① 1 ② e ③ 3 ④ 4 ⑤ $2e$

2012학년도 수능 9월 모의평가	3점

10. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{3x}-1}{x\left(e^{x}+1\right)} & (x \neq 0) \\ a & (x = 0) \end{cases}$ 이다.

$f(x)$ 가 $x = 0$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2014학년도 수능	3점

11. 이차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{\ln(x+1)} & (x\neq 0) \\ 8 & (x=0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 구간 $(-1,\ \infty)$에서 연속일 때, $f(3)$의 값은?

① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

2016학년도 수능 6월 모의평가	4점

12. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax & (x<1) \\ -3x+4 & (x\geq 1) \end{cases},\ g(x)=2^x+2^{-x}$$

에 대하여 합성함수 $(g\circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 곱은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

2010학년도 수능 6월 모의평가	4점

13. 함수 $f(x)$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $f(x)=x^2$ 이면 $\lim_{x\to 0}\frac{e^{f(x)}-1}{x}=0$ 이다.

ㄴ. $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{f(x)}=1$ 이면 $\lim_{x\to 0}\frac{3^x-1}{f(x)}=\ln 3$ 이다.

ㄷ. $\lim_{x\to 0}f(x)=0$ 이면 $\lim_{x\to 0}\frac{e^{f(x)}-1}{x}$ 이 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

03 지수 로그함수의 도함수

학습 목표

• 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다.

[1] 지수함수의 도함수

① $y=e^x$이면 $y'=e^x$

② $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq 1)$이면 $y'=a^x\ln a$

[증명]

② 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq 1)$에서

$$y'=\lim_{h\to 0}\frac{a^{x+h}-a^x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{a^x(a^h-1)}{h}=a^x\lim_{h\to 0}\frac{a^h-1}{h}=a^x\ln a$$

이다. 즉 $y=a^x$이면 $y'=a^x\ln a$이다.

[2] 로그함수의 도함수

① $y=\ln x$이면 $y'=\dfrac{1}{x}$

② $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq 1)$이면 $y'=\dfrac{1}{x\ln a}$

[증명]

② 로그함수 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq 1)$에서 $\log_a x=\dfrac{\ln x}{\ln a}$이므로

$$y'=\left(\frac{\ln x}{\ln a}\right)'=\frac{1}{\ln a}(\ln x)'=\frac{1}{\ln a}\cdot\frac{1}{x}=\frac{1}{x\ln a}$$

이다. 즉 $y=\log_a x$이면 $y'=\dfrac{1}{x\ln a}$이다.

2013학년도 수능	3점

14. 함수 $f(x)=x\ln x+13x$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하시오.

2013학년도 수능 6월 모의평가	3점

15. 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$\int_0^x f(t)dt = e^x + ax + a$ 를 만족시킬 때,

$f(\ln 2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ e ④ 3 ⑤ $2e$

16. 함수 $f(x)=(x^2+x-1)e^{x+1}$에 대하여 방정식 $f'(x)=0$의 두 실근을 α, β라 할 때, $f(\alpha)\times f(\beta)$의 값은?

① $-\frac{1}{e}$ ② $-\frac{2}{e}$ ③ $-\frac{3}{e}$

④ $-\frac{4}{e}$ ⑤ $-\frac{5}{e}$

17. 함수

$$f(x)=\begin{cases} e^x & (x<0) \\ ax+b & (0\le x\le e) \\ c\ln x+d & (x>e) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 네 상수 a, b, c, d의 값을 정할 때, 네 수 a, b, c, d의 곱 $abcd$의 값은?

① 1 ② 2 ③ e

④ $2e$ ⑤ e^2

II 삼각함수

1 삼각함수의 뜻과 성질

2 삼각함수의 미분



학 습 목 표

- 일반각과 호도법의 뜻을 안다.
- 삼각함수의 뜻을 안다.
- 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그리고, 성질을 이해한다.
- 삼각함수를 활용하여 간단한 삼각방부등식을 해결할 수 있다.
- 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.
- 삼각함수의 극한을 구할 수 있다.
- 삼각함수를 미분할 수 있다.

1 삼각함수의 뜻과 성질

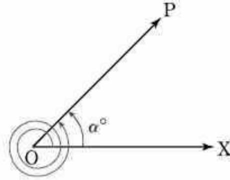
01 일반각과 호도법

학습 목표

- 일반각과 호도법의 뜻을 안다.

[1] 일반각

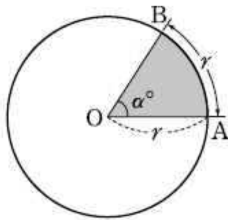
시초선 OX와 동경 OP가 나타내는 한 각의 크기를 $\alpha°$라 할 때, 동경 OP가 나타내는 일반각 θ는 $\theta = 360° \times n + \alpha°$ (단, n은 정수)



[2] 호도법

반지름의 길이가 r인 원에서 길이가 r인 호의 중심각의 크기를 1라디안이라 하고, 이것을 단위로 하여 각의 크기를 나타내는 것을 호도법이라 한다.

1(라디안)$= \dfrac{180°}{\pi}$, $1° = \dfrac{\pi}{180}$(라디안)

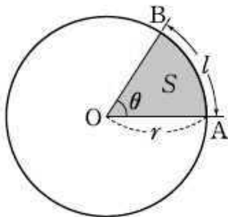


$r : 2\pi r = \alpha° : 360°$

따라서 $\alpha° = \dfrac{180°}{\pi} = 1$(라디안)

[3] 부채꼴의 호의 길이와 넓이

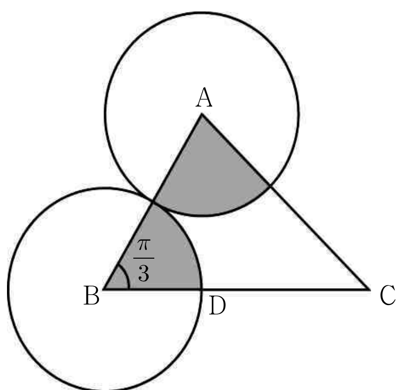
반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ(라디안)인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면 $l = r\theta$, $S = \dfrac{1}{2}rl = \dfrac{1}{2}r^2\theta$



$l : 2\pi r = \theta : 2\pi$에서 $l = r\theta$

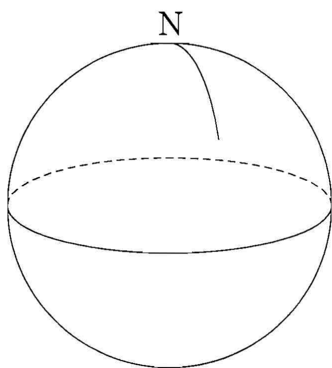
$S : \pi r^2 = \theta : 2\pi$에서 $S = \dfrac{1}{2}r^2\theta = \dfrac{1}{2}rl$

1. 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 두 꼭짓점 A, B 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 두 원이 외접한다. $\angle B = \frac{\pi}{3}$, $\overline{AC} = 2\sqrt{6}$, $\overline{CD} = 2\sqrt{3}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 내부의 두 부채꼴(어두운 부분) 넓이의 합은 $k\pi$ 이다. $100k$ 의 값을 구하시오.



1999학년도 수능	3점

2. 반지름이 30인 구 위의 한 점 N에 길이가 5π인 실의 한 끝을 고정한다. 실을 팽팽하게 유지하면서 구의 표면을 따라 실의 나머지 한 끝을 한 바퀴 돌렸을 때, 구의 표면에 생기는 실 끝의 자취의 길이를 l이라 하자. $\frac{l}{\pi}$의 값을 구하시오.

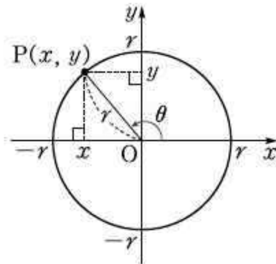


02 삼각함수의 정의

학습 목표

• 삼각함수의 뜻을 안다.

[1] 삼각함수의 정의



동경 OP가 나타내는 일반각의 크기 θ에 대하여

$\sin\theta = \dfrac{y}{r}$　　　$\csc\theta = \dfrac{r}{y}\ (y \neq 0)$

$\cos\theta = \dfrac{x}{r}$　　　$\sec\theta = \dfrac{r}{x}\ (x \neq 0)$

$\tan\theta = \dfrac{y}{x}\ (y \neq 0)$　　　$\cot\theta = \dfrac{x}{y}\ (y \neq 0)$

[2] 삼각함수 사이의 관계

① $\csc\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$, $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$, $\cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta}$

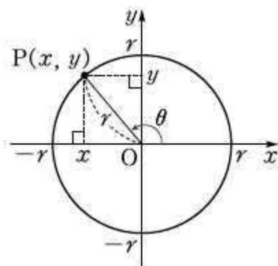
② $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$, $\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

③ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

④ $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$, $1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

3. 삼각함수의 정의를 이용하여 $\theta = \dfrac{7}{6}\pi$일 때 $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$의 값을 구하여라.

[3] 삼각함수의 값의 부호



각 θ를 나타내는 동경 OP에 대하여
점 P의 좌표를 $(x,\ y)$, $\overline{\mathrm{OP}}=r\,(r>0)$라고 하면

$$\sin\theta=\frac{y}{r},\ \cos\theta=\frac{x}{r},\ \tan\theta=\frac{y}{x}$$ 이므로

삼각함수의 값의 부호는 θ의 동경이 위치한 사분면에 따라
다음과 같이 정해진다.

사분면 삼각함수	제1사분면 $(x>0,\ y>0)$	제2사분면 $(x<0,\ y>0)$	제3사분면 $(x<0,\ y<0)$	제4사분면 $(x>0,\ y<0)$
$\sin\theta$	$+$	$+$	$-$	$-$
$\cos\theta$	$+$	$-$	$-$	$+$
$\tan\theta$	$+$	$-$	$+$	$-$

$\csc\theta=\dfrac{1}{\sin\theta}$, $\sec\theta=\dfrac{1}{\cos\theta}$, $\cot\theta=\dfrac{1}{\tan\theta}$ 이므로
$\csc\theta$, $\sec\theta$, $\cot\theta$의 값의 부호는 각각
$\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$의 값의 부호와 같다.

4. θ가 제 2사분면의 각이고 $\sin\theta=\dfrac{4}{5}$일 때, $\cos\theta$, $\tan\theta$의 값을 구하여라.

2002학년도 수능	2점

5. $\sin\frac{\pi}{6}+\tan\frac{9\pi}{4}$ 의 값은?

① -2　② $-\frac{1}{2}$　③ 0　④ 1　⑤ $\frac{3}{2}$

6. $\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{2}$ 일 때, $\sin\theta\cos\theta$의 값을 구하여라.

7. $\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{2}$ 일 때, $\sec\theta\csc\theta$ 의 값은?

① $\frac{8}{5}$　② 2　③ $\frac{8}{3}$　④ 4　⑤ 8

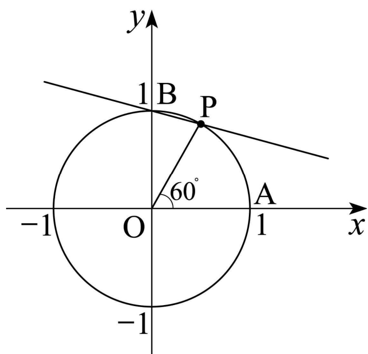
1994학년도 수능	2점

8. $\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{3}$ 일 때, $\frac{1}{\cos\theta}\left(\tan\theta+\frac{1}{\tan^2\theta}\right)$의 값은?

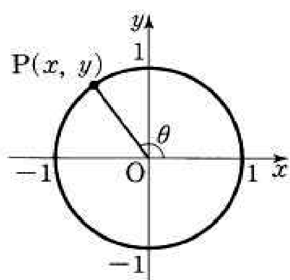
① $\frac{45}{16}$　② $\frac{43}{16}$　③ $\frac{41}{16}$

④ $\frac{39}{16}$　⑤ $\frac{37}{16}$

9. 좌표평면 위에서 원 $x^2+y^2=1$ 이 x 축, y 축의 양의 부분과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 그림과 같이 제 1 사분면에서 $\angle \mathrm{AOP}=60^\circ$ 인 점 P 를 원 위에 잡으면 직선 BP 의 기울기는 $a+b\sqrt{3}$ 이다. 이때 $20(a^2+b^2)$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 유리수이다.)



10. 단위원 위의 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$에 대하여 동경 OP가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 θ이고 $\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=-\dfrac{5}{2}$일 때, $\sin\theta-\cos\theta$의 값은? (단, $x<0,\ y>0$이다.)

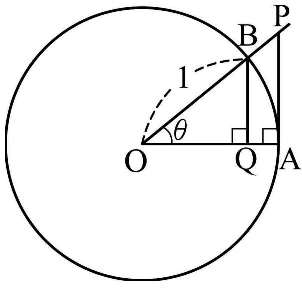


① $\dfrac{1}{5}$ ② $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

④ $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

11. 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 원 O 위에 두 점 A, B 가 있다. 점 A 에서의 접선이 $\overline{OB}$ 의 연장선과 만나는 점을 P, 점 B 에서 $\overline{OA}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 하고 $\angle AOB = \theta$ 라 한다. $\overline{OQ} = 2\overline{AP} \cdot \overline{BQ}$ 가 성립할 때 $\operatorname{cosec}\theta \cdot \sec\theta \cdot \cot\theta$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

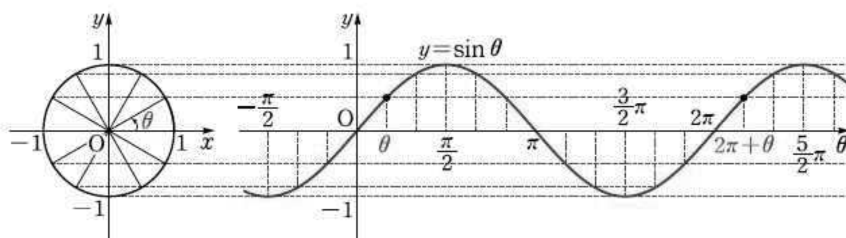
03 삼각함수의 그래프

학습 목표

• 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.

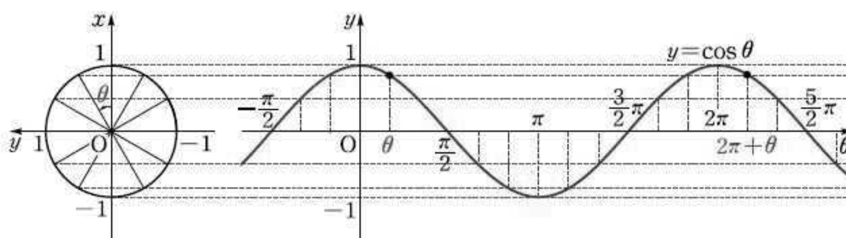
[1] 사인함수의 그래프

각 θ를 나타내는 동경과 단위원의 교점을 $\mathrm{P}(a,\ b)$라고 하면 $\sin\theta=b$이므로 $\sin\theta$의 값은 점 P의 y좌표에 의하여 정해진다.



[2] 코사인함수의 그래프

각 θ를 나타내는 동경과 단위원의 교점을 $\mathrm{P}(a,\ b)$라고 하면 $\cos\theta=a$이므로 $\cos\theta$의 값은 점 P의 x좌표에 의하여 정해진다.



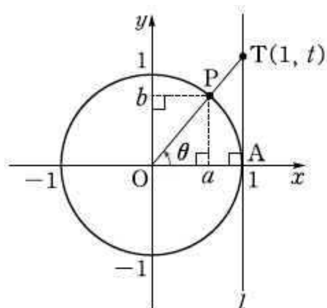
[3] 함수 $y=\sin x$, $y=\cos x$의 성질

① 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은 $\{y|-1\le y\le 1\}$이다.

② $y=\sin x$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이고,
$y=\cos x$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

③ 주기가 2π인 주기함수이다.
즉, $\sin x=\sin(x+2\pi)$, $\cos x=\cos(x+2\pi)$

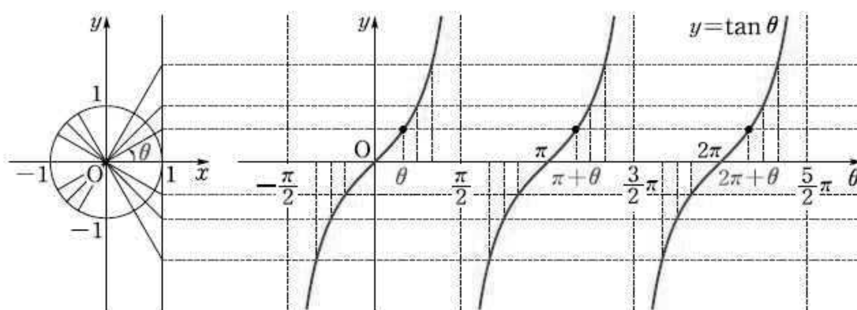
[4] 탄젠트함수의 그래프



각 θ를 나타내는 동경과 단위원의 교점을 $\mathrm{P}(a,\ b)$라고 하자.
$\theta \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ (n은 정수)일 때, 단위원 위의 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$에서의 접선 l과 동경 OP의 교점을 $\mathrm{T}(1,\ t)$라고 하면

$$\tan\theta = \frac{b}{a} = \frac{t}{1} = t$$

이므로 $\tan\theta$의 값은 점 T의 y좌표로 정해진다.



[5] 함수 $y = \tan x$의 성질

① 정의역은 $n\pi + \frac{\pi}{2}$(n은 정수)를 제외한 모든 실수의 집합이고, 치역은 실수 전체의 집합이다.
② 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.
③ 주기가 π인 주기함수이다.
즉, $\tan(x+\pi) = \tan x$
④ 그래프의 점근선은 직선 $x = n\pi + \frac{\pi}{2}$(n은 정수)이다.

[특강]

(1) 주기함수

임의의 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+p)$를 만족하는 0이 아닌 상수 p가 존재할 때, $f(x)$를 **주기함수**라 하고, 상수 p 중에서 최소인 양수를 함수 $f(x)$의 **주기**라 한다.

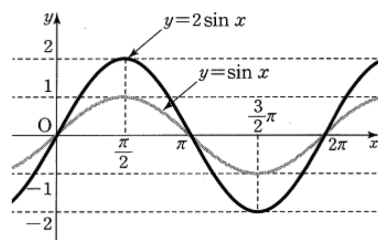
상수 p에 대하여

$f(x-p)=f(x+p) \Leftrightarrow f(x)=f(x+2p)$

$\Leftrightarrow$

$f(p-x)=f(p+x) \Leftrightarrow$ 그래프가 직선 $x=p$에 대하여 대칭인 함수

(2) $y=\sin x$ 과 $y=2\sin x$의 비교

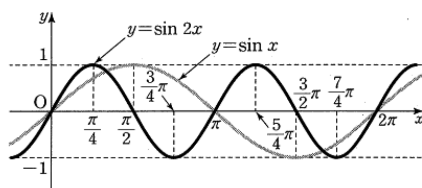


주기는 동일하고 함숫값이 2배씩 커진다.

⇒ 함수 $y=a\sin x$의 그래프는

함수 $y=\sin x$의 그래프를 y축으로 $|a|$배한 그래프이다.

(3) $y=\sin x$ 과 $y=\sin 2x$의 비교



최댓값, 최솟값은 동일하고 주기가 $\frac{1}{2}$배가 된다.

⇒ 함수 $y=\sin ax$의 그래프는

함수 $y=\sin x$의 그래프를 x축으로 $\frac{1}{|a|}$배한 그래프이다.

12. 다음 함수의 치역과 주기를 구하고, 그래프를 그려라.

(1) $y=2\sin x$

(2) $y=\cos 2x$

13. 다음 함수의 그래프를 그리고, 최댓값과 최솟값을 구하여라.

(1) $y=3\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

(2) $y=\cos 2x+1$

14. 함수 $y=\tan 2x$의 주기와 점근선의 방정식을 구하고, 그래프를 그려라.

[특강] 삼각함수의 그래프 총정리

	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
그래프의 개형			
정의역	실수 전체의 집합	실수 전체의 집합	$x \neq n\pi+\frac{\pi}{2}$($n$은 정수) 인 모든 실수의 집합
치역	$\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$	$\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$	실수 전체의 집합
그래프의 성질	$\sin(-x)=-\sin x$ 즉, 원점에 대하여 대칭	$\cos(-x)=\cos x$ 즉, y축에 대하여 대칭	$\tan(-x)=-\tan x$ 즉, 원점에 대하여 대칭 그래프의 점근선은 직선 $x=n\pi+\frac{\pi}{2}$(n은 정수)
주기	2π	2π	π

[특강] 삼각함수의 최댓값, 최솟값과 주기

삼각함수	최댓값	최솟값	주기
$y=a\sin(bx+c)+d$	$\lvert a\rvert+d$	$-\lvert a\rvert+d$	$\frac{2\pi}{\lvert b\rvert}$
$y=a\cos(bx+c)+d$	$\lvert a\rvert+d$	$-\lvert a\rvert+d$	$\frac{2\pi}{\lvert b\rvert}$
$y=a\tan(bx+c)+d$	없다.	없다.	$\frac{\pi}{\lvert b\rvert}$

04 삼각함수의 성질

학습 목표

• 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 성질을 이해한다.

[1] $2n\pi+x$ (n은 정수)의 삼각함수

$\sin(2n\pi+x)=\sin x$

$\cos(2n\pi+x)=\cos x$

$\tan(2n\pi+x)=\tan x$

[2] $-x$의 삼각함수

$\sin(-x)=-\sin x$

$\cos(-x)=\cos x$

$\tan(-x)=-\tan x$

[3] $\dfrac{\pi}{2}\pm x$의 삼각함수

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)=\cos x$, $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$

$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)=-\sin x$, $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$

$\tan\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)=-\cot x$, $\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\cot x$

[4] $\pi\pm x$의 삼각함수

$\sin(\pi+x)=-\sin x$, $\sin(\pi-x)=\sin x$

$\cos(\pi+x)=-\cos x$, $\cos(\pi-x)=-\cos x$

$\tan(\pi+x)=\tan x$, $\tan(\pi-x)=-\tan x$

[참고] $\dfrac{n}{2}\pi\pm\theta$ (n은 정수)의 삼각함수에서

① θ는 어떤 각이든지 예각으로 간주하고

n이 짝수이면 sin→sin, cos→cos, tan→tan

n이 홀수이면 sin→cos, cos→sin, tan→cot로 바꾼 후

② 부호는 동경이 $\dfrac{n}{2}\pi\pm\theta$일 때의 삼각함수의 부호로 결정한다.

05 삼각방정식과 삼각부등식

학습 목표

• 삼각함수를 활용하여 간단한 삼각방부등식을 해결할 수 있다.

[1] 삼각방정식

각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 방정식

<삼각방정식의 해법>

(i) 주어진 방정식을 $\sin x = a$ (또는 $\cos x = a$, $\tan x = a$)꼴로 고친다.

(ii) 함수 $y = \sin x$ (또는 $y = \cos x$, $y = \tan x$)의 그래프와 직선 $y = a$의 교점의 x좌표를 구한다.

[2] 삼각부등식

각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 부등식

<삼각부등식의 해법>

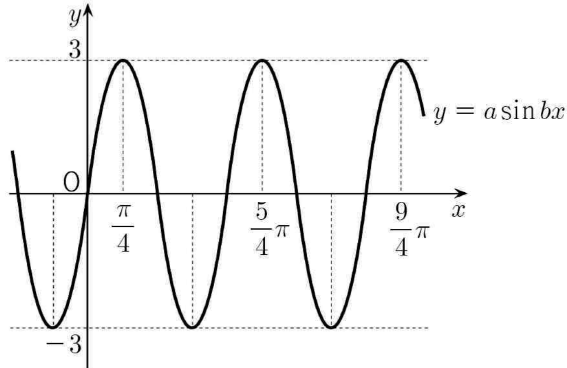
(i) 주어진 부등식을 $\sin x > a$ (또는 $\cos x > a$, $\tan x > a$)꼴로 고친다.

(ii) 함수 $y = \sin x$ (또는 $y = \cos x$, $y = \tan x$)의 그래프와 직선 $y = a$의 교점의 x좌표를 이용하여 부등식을 만족하는 x의 값의 범위를 구한다.

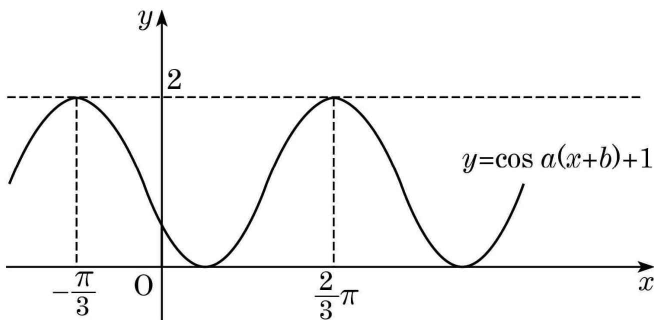
15. 포물선 $y = x^2 - 2x\cos\theta - \sin^2\theta$ 의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 위에 있기 위한 모든 θ 값들의 합은? (단, $0 \le \theta < 2\pi$)

① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

16. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $y=a\sin bx$의 그래프가 그림과 같을 때, ab의 값을 구하시오.

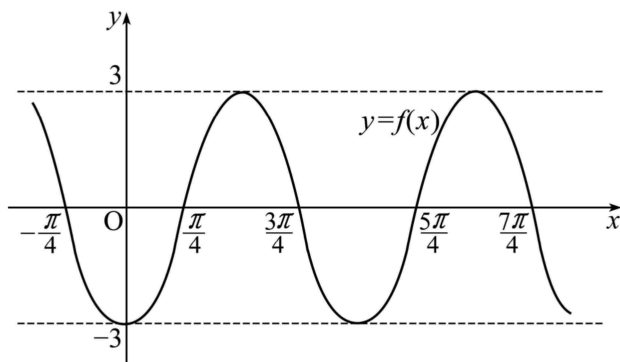


17. 그림은 함수 $y=\cos a(x+b)+1$의 그래프이다. 상수 a, b에 대하여 ab의 값은? (단, $a>0$, $0<b<\pi$이고, O는 원점이다.)



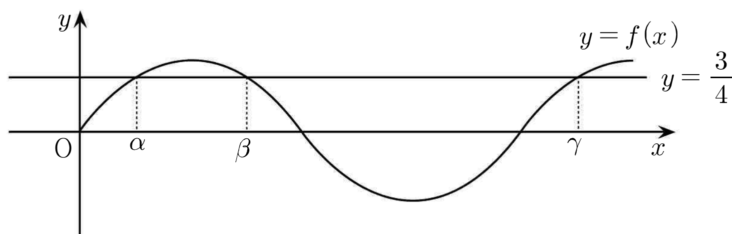
① $\frac{2}{3}\pi$　② π　③ $\frac{4}{3}\pi$　④ $\frac{5}{3}\pi$　⑤ 2π

18. 그림은 함수 $f(x) = a \sin b\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 의 그래프이다.



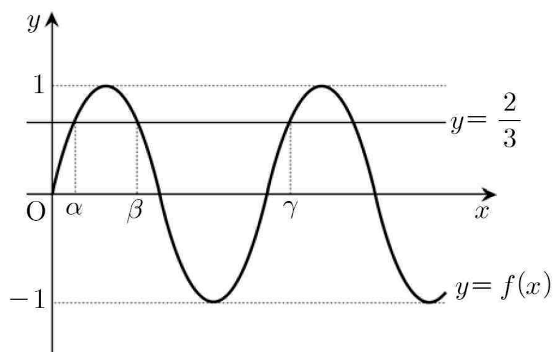
$a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

19. 그림과 같이 삼각함수 $f(x) = \sin kx \left(0 \le x \le \frac{5\pi}{2k}\right)$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{3}{4}$ 이 만나는 점의 x 좌표를 각각 α, β, γ $(\alpha < \beta < \gamma)$ 라 할 때, $f(\alpha + \beta + \gamma)$ 의 값은? (단, k 는 양의 실수이다.)



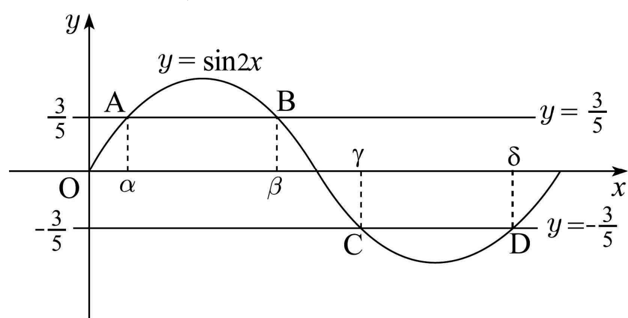
① -1 ② $-\frac{7}{8}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ 0 ⑤ $\frac{3}{4}$

20. 함수 $f(x)=\sin\pi x\ (x \ge 0)$의 그래프와 직선 $y=\frac{2}{3}$가 만나는 점의 x좌표를 작은 것부터 차례대로 α, β, γ라 할 때, $f(\alpha+\beta+\gamma+1)+f\left(\alpha+\beta+\frac{1}{2}\right)$의 값은?



① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

21. 그림과 같이 함수 $y=\sin 2x\ (0 \leqq x \leqq \pi)$의 그래프가 직선 $y=\frac{3}{5}$과 두 점 A, B에서 만나고, 직선 $y=-\frac{3}{5}$과 두 점 C, D에서 만난다. 네 점 A, B, C, D의 x좌표를 각각 α, β, γ, δ라 할 때, $\alpha+2\beta+2\gamma+\delta$의 값은?



① $\frac{9}{4}\pi$ ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ 3π ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ 4π

22. $0 \leqq x \leqq 2\pi$ 에서 두 함수 $y = \sin x$ 와 $y = -\sin x + a$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 $N(a)$ 라 할 때, 옳은 것을 <보기> 에서 모두 고른 것은? (단, a 는 실수이다.)

< 보 기 >

ㄱ. $N(0) = 3$

ㄴ. $|a| > 2$ 이면 $N(a) = 0$

ㄷ. $N(a) = 2$ 이면 $N(-a) = 2$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

23. 함수 $f(x)$가 다음 세 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+\pi) = f(x)$이다.

(나) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$일 때, $f(x) = \sin 4x$

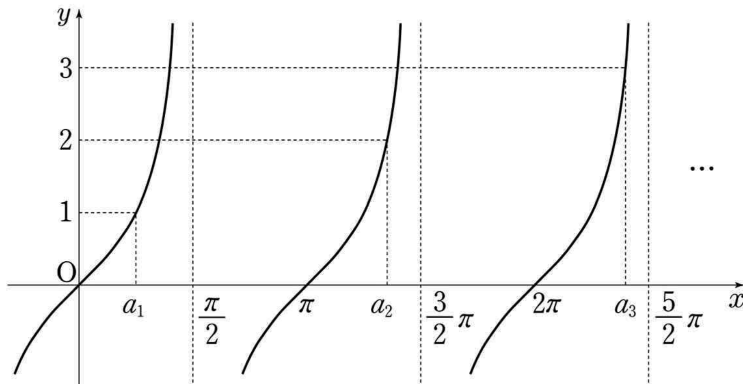
(다) $\frac{\pi}{2} < x \leq \pi$일 때, $f(x) = -\sin 4x$

이때 함수 $f(x)$의 그래프와 직선 $y = \frac{x}{\pi}$가 만나는 점의 개수는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

2014학년도 수능	4점

24. 자연수 n에 대하여 직선 $y=n$과 함수 $y=\tan x$ 의 그래프가 제 1 사분면에서 만나는 점의 x 좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자. $\lim_{n \to \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은?



① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3}{4}\pi$

④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$

25. 함수 $y=\sin^2 x-2\cos x+1$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라고 할 때, $M+m$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

26. 함수 $y=-4\cos^2 x+4\sin x+3$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

27. 함수 $f(x)=\sin^2 x-\cos x\,(0\leqq x<2\pi)$는 $x=a$와 $x=b$에서 최댓값, $x=c$에서 최솟값을 갖는다. 이때 $b-a+c$의 값은? (단, $b>a$)

① $\frac{2}{3}\pi$ ② $\frac{5}{3}\pi$ ③ $\frac{11}{6}\pi$

④ 2π ⑤ $\frac{7}{3}\pi$

28. 방정식 $\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta} - 2 = 0$ 의 모든 근의 합은? (단, $0 < \theta < 2\pi$)

① $\dfrac{3}{4}\pi$ ② π ③ $\dfrac{5}{4}\pi$ ④ $\dfrac{3}{2}\pi$ ⑤ 2π

29. $0 \le x < 2\pi$에서 부등식 $3\cos x \le -1$을 만족시키는 x의 값의 범위가 $\alpha \le x \le \beta$일 때, $\sin\dfrac{\alpha+\beta}{3}$의 값은?

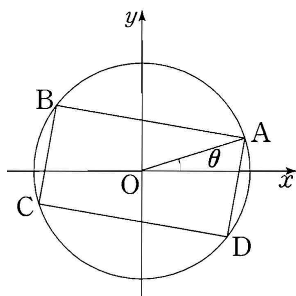
① $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

30. 두 함수 $y = 4\sin 3x$, $y = 3\cos 2x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 $\mathrm{A}(a, 0), \mathrm{B}(b, 0)$ (단, $0 < a < \dfrac{\pi}{2} < b < \pi$)라 하자. $y = 4\sin 3x$ 의 그래프 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\triangle\mathrm{ABP}$ 의 넓이의 최댓값은?

① $\dfrac{\pi}{3}$ ② $\dfrac{\pi}{2}$ ③ $\dfrac{2\pi}{3}$ ④ $\dfrac{5\pi}{6}$ ⑤ π

2001학년도 수능	2점

31. 그림과 같이 직사각형 ABCD가 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원에 내접해 있다. x축과 선분 OA가 이루는 각을 θ라 할 때, $\cos(\pi-\theta)$와 같은 것은? $\left(단,\ 0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$



① A의 x좌표　② B의 y좌표　③ C의 x좌표
④ C의 y좌표　⑤ D의 x좌표

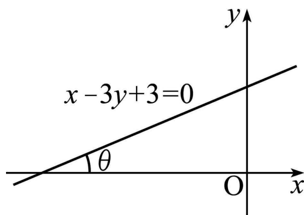
32. $\sin 18^\circ = a$ 일 때, 다음 중 $\tan 198^\circ$를 나타낸 것은?

① $\frac{1}{a}$　② $-\frac{1}{a}$　③ $\sqrt{1-a^2}$
④ $\frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$　⑤ $-\frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$

33. 직선 $y=-\frac{4}{3}x$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ b)(a<0)$에 대하여 선분 OP가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\sin(\pi-\theta)+\cos(\pi+\theta)$의 값은? (단, O는 원점이다.)

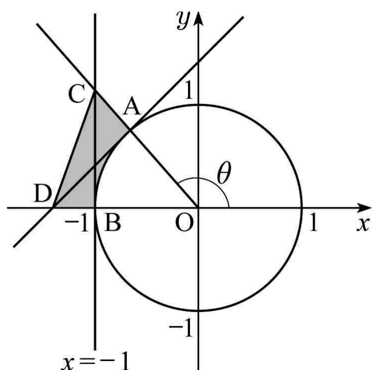
① $\frac{7}{5}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{7}{5}$

34. 직선 $x-3y+3=0$이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\cos(\pi+\theta)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+\tan(-\theta)$의 값은?



① -3 ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 3

35. 그림과 같이 원점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1 인 원 위의 점 A 가 제 2 사분면에 있을 때 동경 OA 가 나타내는 각의 크기를 θ 라 하자. 점 B$(-1, 0)$ 을 지나는 직선 $x=-1$ 과 동경 OA 가 만나는 점을 C , 점 A 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 D 라 하자. 다음 중 삼각형 OCD 의 넓이에서 부채꼴 OAB 의 넓이를 뺀 어두운 부분의 넓이와 항상 같은 것은? (단, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$)



① $\frac{1}{2}\left(-\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} - \pi + \theta\right)$

② $\frac{1}{2}\left(-\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta} - \pi + \theta\right)$

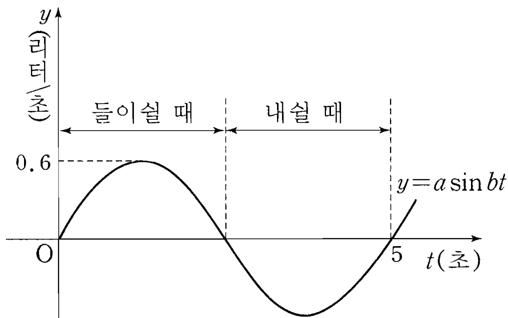
③ $\frac{1}{2}\left(\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta} - \theta\right)$

④ $\frac{1}{2}\left(\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta} - \pi + \theta\right)$

⑤ $\frac{1}{2}\left(\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} - \theta\right)$

2004학년도 수능	3점

36. 아래 그래프는 어떤 사람이 정상적인 상태에 있을 때 시각에 따라 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률(리터/초)을 나타낸 것이다. 숨을 들이 쉬기 시작하여 t초일 때, 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률을 y라 하면, 함수 $y=a\sin bt$ (a, b는 양수)로 나타낼 수 있다. 이 때, y의 값은 숨을 들이쉴 때는 양수, 내쉴 때는 음수가 된다. 이 함수의 주기가 5초이고, 최대 흡입률이 0.6(리터/초)일 때, 숨을 들이 쉬기 시작한 시각으로부터 처음으로 흡입률이 -0.3(리터/초)이 되는 데 걸리는 시간은?



① $\frac{35}{12}$초 ② $\frac{37}{12}$초 ③ $\frac{30}{11}$초 ④ $\frac{31}{11}$초 ⑤ $\frac{35}{31}$초

37. 어떤 건물의 난방기에는 자동 온도 조절 장치가 있어서 실내 온도가 2시간 주기로 변한다. 이 난방기의 온도를 B(℃)로 설정하였을 때, 가동한 지 t분 후의 실내 온도는 T(℃)가 되어 다음 식이 성립한다고 한다.

$T=B-\frac{k}{6}\cos\frac{\pi}{60}t$ (단, B, k는 양의 상구이다.)

이 난방기를 가동한 지 20분 후의 실내 온도가 18℃이었고, 40분 후의 실내 온도가 20℃이었다. k의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

38. 하루 중 해수면의 높이가 가장 높아졌을 때를 만조, 가장 낮아졌을 때를 간조라 하고, 만조와 간조 때의 해수면 높이의 차를 조차라 한다.

어느 날 A 지점에서 시각 x(시)와 해수면의 높이 y(m) 사이에는 다음과 같은 식이 성립한다고 한다.

$$y = a\cos b\pi(x-c) + 4.5 \quad (0 \leq x < 24)$$

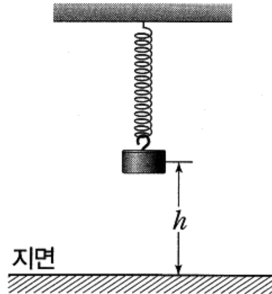
이 날 A 지점의 조차가 8 m 이고, 만조와 간조 시각이 아래 표와 같다.

	시각
만조	04 시 30 분 17 시 00 분
간조	10 시 45 분 23 시 15 분

이때, $a+100b+10c$ 의 값은? (단, $a>0$, $b>0$, $0<c<6$ 이다.)

① 35 ② 45 ③ 55 ④ 65 ⑤ 75

39. 오른쪽 그림과 같이 어떤 용수철에 질량이 mg인 추를 매달아 아래쪽으로 Lcm 만큼 잡아당겼다가 놓으면 추는 지면과 수직인 방향으로 진동한다. 추를 놓은 지 t초가 지난 후의 추의 높이를 $h$cm라 하면 다음 관계식이 성립한다.



$$h = 20 - L\cos\frac{2\pi t}{\sqrt{m}}$$

이 용수철에 질량이 144g인 추를 매달아 아래쪽으로 10cm만큼 잡아당겼다가 놓은 지 2초가 지난 후의 추의 높이와, 질량이 ag인 추를 매달아 아래쪽으로 $5\sqrt{2}$cm만큼 잡아당겼다가 놓은지 2초가 지난 후의 추의 높이가 같을 때, a의 값을 구하시오. (단, $L<20$이고 $a \geq 100$이다.)

2 삼각함수의 미분

01 삼각함수의 덧셈정리

학습 목표

• 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.

[1] 삼각함수의 덧셈정리

① $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

② $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

④ $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

[2] 삼각함수의 배각공식

삼각함수의 덧셈정리에서 β 대신 α를 대입하면
다음의 공식을 얻을 수 있다.

① $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

② $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$

③ $\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

[3] 삼각함수의 반각공식

[2]의 ②에서 α 대신 $\dfrac{\alpha}{2}$를 대입하면
다음의 공식을 얻을 수 있다.

① $\sin^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{2}$

② $\cos^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1+\cos\alpha}{2}$

③ $\tan^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

2013학년도 수능	2점

1. $\sin\theta = \frac{1}{3}$일 때, $\sin 2\theta$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$이다.)

① $\frac{7\sqrt{2}}{18}$ ② $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
④ $\frac{5\sqrt{2}}{9}$ ⑤ $\frac{11\sqrt{2}}{18}$

2008학년도 수능	3점

2. $\sin\alpha = \frac{3}{4}$일 때, $\cos 2\alpha$ 의 값은?

① $-\frac{1}{32}$ ② $-\frac{1}{16}$ ③ $-\frac{1}{8}$
④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

2015학년도 수능 6월 모의평가	2점

3. $\sin\theta = \frac{2}{3}$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은?

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

2014학년도 수능	2점

4. $\tan\theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$일 때, $\cos 2\theta$의 값은?

① $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{3}$

2016학년도 수능 6월 모의평가	3점

5. $\tan\theta = \frac{1}{7}$ 일 때, $\sin 2\theta$의 값은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{11}{50}$ ③ $\frac{6}{25}$
④ $\frac{13}{50}$ ⑤ $\frac{7}{25}$

2013학년도 수능 9월 모의평가	2점

6. $\cos^2\theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$　② $-\frac{1}{3}$　③ 0　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{1}{2}$

2013학년도 수능 6월 모의평가	3점

7. $\tan 2\alpha = \frac{5}{12}$ 일 때, $\tan\alpha = p$ 이다. $60p$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ 이다.)

2011학년도 수능 9월 모의평가	3점

8. $\cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ 일 때, $\sin\theta\cos 2\theta$ 의 값은? $\left(\text{단, } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$

① $\frac{2}{27}$　② $\frac{1}{9}$　③ $\frac{4}{27}$

④ $\frac{5}{27}$　⑤ $\frac{2}{9}$

2006학년도 수능	3점

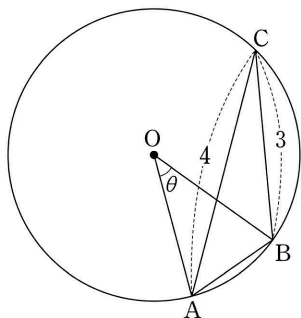
9. $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)$의 값은? (단, $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$)

① $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$　② $\frac{2-\sqrt{3}}{6}$　③ $\frac{\sqrt{2}-1}{3}$

④ $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}-1}{3}$

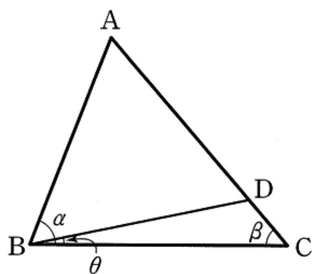
2014학년도 수능 6월 모의평가	3점

10. 그림과 같이 중심이 O인 원 위에 세 점 A, B, C가 있다. $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=3$이고 삼각형 ABC의 넓이가 2이다. $\angle AOB=\theta$일 때, $\sin\theta$의 값은? (단, $0<\theta<\pi$)



① $\frac{2\sqrt{2}}{9}$　② $\frac{5\sqrt{2}}{18}$　③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$
④ $\frac{7\sqrt{2}}{18}$　⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

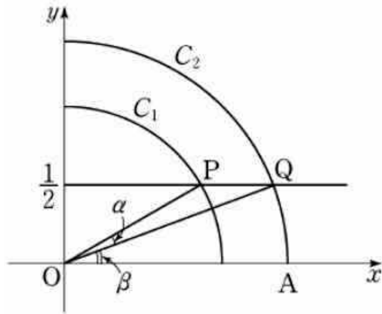
11. 그림과 같이 $\overline{AB}<\overline{AC}$인 삼각형 ABC에서 $\angle ABC=\alpha$, $\angle ACB=\beta$라 하자. 또, $\overline{AB}=\overline{AD}$가 되도록 변 AC 위에 점 D를 잡고 $\angle DBC=\theta$라 하자. $\cos\alpha=\frac{\sqrt{10}}{10}$, $\cos\beta=\frac{\sqrt{5}}{5}$일 때, $\sin2\theta$의 값은?



① $\frac{\sqrt{2}}{10}$　② $\frac{\sqrt{3}}{10}$　③ $\frac{1}{5}$　④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$　⑤ $\frac{\sqrt{6}}{10}$

2011학년도 수능 6월 모의평가	3점

12. 좌표평면에서 원점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 1, $\sqrt{2}$인 두 원 C_1, C_2가 있다. 직선 $y=\frac{1}{2}$이 원 C_1, C_2와 제 1사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q라고 하자.
점 $A(\sqrt{2}, 0)$에 대하여 $\angle QOP=\alpha$, $\angle AOQ=\beta$라고 할 때, $\sin(\alpha-\beta)$의 값은?



① $\frac{3-\sqrt{14}}{8}$　② $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{14}}{8}$　③ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{14}}{8}$
④ $\frac{3-\sqrt{21}}{8}$　⑤ $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{21}}{8}$

2012학년도 수능 9월 모의평가	3점

13. 좌표평면에서 두 직선 $y=x$, $y=-2x$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값은?

① 2　② $\frac{7}{3}$　③ $\frac{8}{3}$　④ 3　⑤ $\frac{10}{3}$

2016학년도 수능 9월 모의평가	3점

14. 좌표평면에서 두 직선 $x-y-1=0$, $ax-y+1=0$이 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $\tan\theta=\frac{1}{6}$일 때, 상수 a의 값은?

(단, $a>1$)

① $\frac{11}{10}$　② $\frac{6}{5}$　③ $\frac{13}{10}$　④ $\frac{7}{5}$　⑤ $\frac{3}{2}$

2015학년도 수능 9월 모의평가	3점

15. $0 \le x \le \pi$ 일 때, 삼각방정식 $\sin x = \sin 2x$ 의 모든 해의 합은?

① π ② $\frac{7}{6}\pi$ ③ $\frac{5}{4}\pi$

④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

2014학년도 수능 9월 모의평가	3점

16. $0 \le x \le 2\pi$일 때, 방정식

$$\sin 2x - \sin x = 4\cos x - 2$$

의 모든 해의 합은?

① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

2011학년도 수능 6월 모의평가	3점

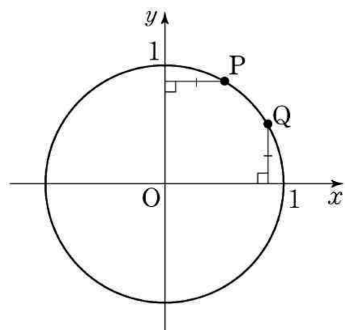
17. 삼각방정식 $2\sin x - 4\sin x \cos^2 x - \cos 2x + 1 = 0$ 을 만족시키는 모든 근의 합은? (단, $0 \le x < 2\pi$)

① $\frac{5}{2}\pi$ ② $\frac{11}{4}\pi$ ③ 3π

④ $\frac{13}{4}\pi$ ⑤ $\frac{7}{2}\pi$

2010학년도 수능 6월 모의평가	3점

18. 좌표평면에서 두 점 P, Q가 점 $(1,\ 0)$을 동시에 출발하여 원 $x^2+y^2=1$ 위를 시계 반대 방향으로 돌고 있으며, 점 P가 $2t$ $(0 \leqq t \leqq \pi)$만큼 움직일 때 점 Q는 t만큼 움직인다.
점 P에서 y축 까지의 거리와 점 Q에서 x축까지의 거리가 같아지는 모든 t의 값의 합은?



① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π

④ $\frac{5\pi}{4}$ ⑤ $\frac{3\pi}{2}$

2013학년도 수능 6월 모의평가	3점

19. $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $(\cos 2x - \cos x)\sin x = 0$ 을 만족시키는 모든 해의 합은 $k\pi$ 이다. $10k$ 의 값을 구하시오.

2012학년도 수능	3점

20. 방정식 $3\cos 2x + 17\cos x = 0$ 을 만족시키는 x 에 대하여 $\tan^2 x$ 의 값을 구하시오.

21. $0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식 $\sin 2x = \cos 4x$의 서로 다른 실근의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

22. $\tan 2x = 2$ 의 근을 α, β라 할 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, $0 < x \le \pi$, $\alpha < \beta$)

① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π ④ $\frac{5}{4}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

23. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $\cos^2 x - 4\sin x \le 2k$가 항상 성립할 때, 실수 k의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 10 이하의 자연수 k에 대해 $x = \frac{k}{6}\pi$는 부등식 $2\cos^2 x - \sin x \le 1$을 만족시킨다. k의 개수는?

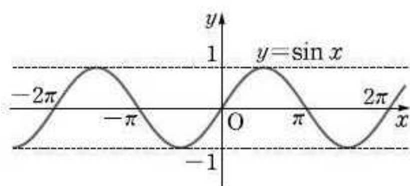
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

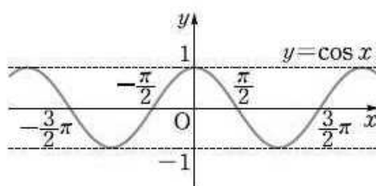
02 삼각함수의 극한

학습 목표

• 삼각함수의 극한을 구할 수 있다.

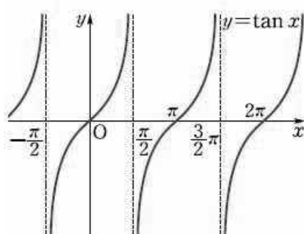
[1] 사인함수, 코사인함수의 극한과 연속





실수 a에 대하여 $\lim_{x \to a} \sin x = \sin a$, $\lim_{x \to a} \cos x = \cos a$ 이므로 삼각함수 $y = \sin x$, $y = \cos x$는 모든 실수에서 연속이다.

[2] 탄젠트함수의 극한과 연속

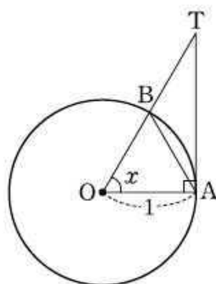


$a \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ (n은 정수)인 실수 a에 대하여 $\lim_{x \to a} \tan x = \tan a$ 이므로 삼각함수 $y = \tan x$는 $n\pi + \frac{\pi}{2}$ (n은 정수)를 제외한 모든 실수에서 연속이다.

[3] 함수 $\frac{\sin x}{x}$의 극한

(1) $\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1$ (단, x의 단위는 라디안)

[증명] $0<x<\frac{\pi}{2}$일 때,



오른쪽 그림과 같이 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 1인 원에서 ∠AOB의 크기를 x라 하고, 점 A에서의 접선과 선분 OB의 연장선의 교점을 T라고 하자.
이때 삼각형 OAB, 부채꼴 OAB, 삼각형 OAT의 넓이 사이에는
$\triangle OAB<$(부채꼴 OAB의 넓이)$<\triangle OAT$
인 관계가 성립하고, $\overline{TA}=\tan x$이므로

$$\frac{1}{2}\sin x<\frac{1}{2}x<\frac{1}{2}\tan x,\ 즉\ \sin x<x<\tan x$$

이다. $\sin x>0$이므로 각 변을 $\sin x$로 나누면

$$1<\frac{x}{\sin x}<\frac{1}{\cos x},\ 즉\ 1>\frac{\sin x}{x}>\cos x$$

이다. 그런데 $\lim_{x\to0+}\cos x=1$이므로 $\lim_{x\to0+}\frac{\sin x}{x}=1$이다.

(2) 삼각함수의 극한의 변형 (단, $a\neq0$)

① $\lim_{x\to0}\frac{\sin bx}{ax}=\frac{b}{a}$, $\lim_{x\to0}\frac{\sin bx}{\sin ax}=\frac{b}{a}$

② $\lim_{x\to0}\frac{\tan bx}{ax}=\frac{b}{a}$, $\lim_{x\to0}\frac{\tan bx}{\tan ax}=\frac{b}{a}$

③ $\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{\tan x}=1$, $\lim_{x\to0}\frac{\sin bx}{\tan ax}=\frac{b}{a}$

[참고] $\lim_{x\to0}\frac{\cos x}{x}$는 극한값이 존재하지 않는다.

2016학년도 수능 9월 모의평가	2점

25. $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{xe^x}$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2005학년도 수능	3점

26. $\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x}-1}{\tan x}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2007학년도 수능	3점

27. $\lim_{x \to a} \frac{2^x-1}{3\sin(x-a)} = b\ln 2$ 를 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

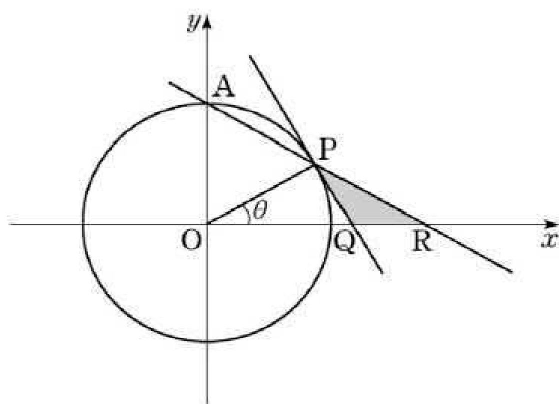
2011학년도 수능 6월 모의평가	3점

28. $\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x^2}-1}{\tan x \sin 2x}$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2011학년도 수능 6월 모의평가	4점

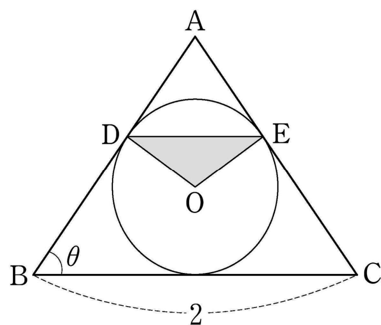
29. 좌표평면에서 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q, 점 $A(0, 1)$과 점 P를 지나는 직선이 x축과 만나는 점을 R라 하자. $\angle QOP = \theta$라 하고 삼각형 PQR의 넓이를 $S(\theta)$라고 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = \alpha$일 때, 100α의 값을 구하시오. (단, 점 P는 제 1 사분면 위의 점이다.)



2009학년도 수능	3점

30. 그림과 같이 양수 θ에 대하여 $\angle ABC = \angle ACB = \theta$이고 $\overline{BC} = 2$인 이등변삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내접원의 중심을 O, 선분 AB와 내접원이 만나는 점을 D, 선분 AC와 내접원이 만나는 점을 E라 하자.

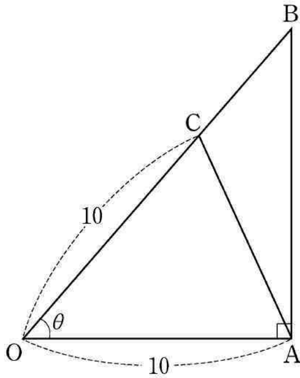
삼각형 OED의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$의 값은?



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

2010학년도 수능 6월 모의평가	4점

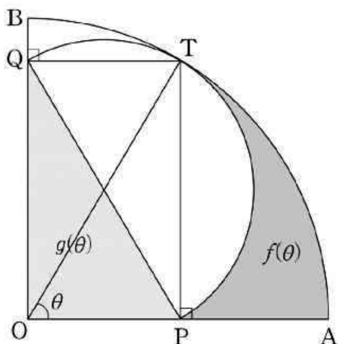
31. 그림과 같이 양수 θ 에 대하여 $\angle AOB = \theta$, $\angle OAB = \frac{\pi}{2}$, $\overline{OA} = 10$ 인 직각삼각형 OAB가 있다. 변 OB 위에 있는 $\overline{OC} = 10$ 인 점 C에 대하여 삼각형 ABC의 둘레의 길이를 $f(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{f(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오.



2011학년도 수능 9월 모의평가	4점

32. 그림과 같이 반지름의 길이가 2 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 T에서 선분 OA와 선분 OB에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하고 $\angle TOP = \theta$ 라 하자. 점 P와 점 Q를 지름의 양끝으로 하고 점 T를 지나는 반원을 C 라 할 때, 반원 C의 호 TP, 선분 PA, 부채꼴 OAT의 호 AT로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 OPQ의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{\theta + f(\theta)}{g(\theta)} = a$ 일 때, $100a$ 의 값을 구하시오.

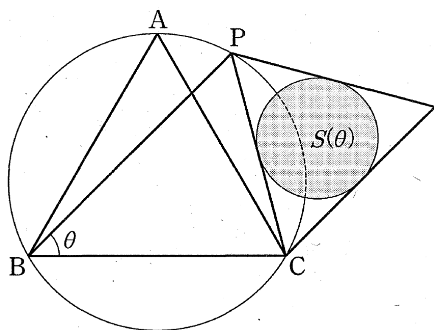
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)



2016학년도 수능 9월 모의평가	4점

33. 그림과 같이 원에 내접하고 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 가 있다. 점 B 를 포함하지 않는 호 AC 위의 점 P 에 대하여 $\angle \mathrm{PBC} = \theta$ 라 하고, 선분 PC 를 한 변으로 하는 정삼각형에 내접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

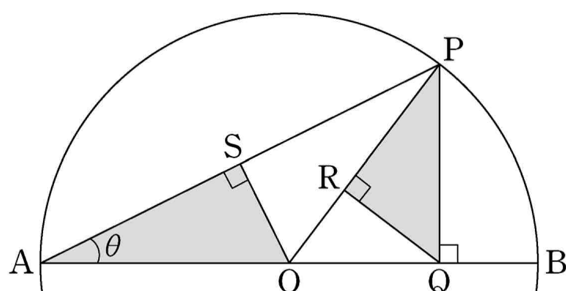
$\lim\limits_{\theta \to 0+} \dfrac{S(\theta)}{\theta^2} = a\pi$ 일 때, $60a$ 의 값을 구하시오.



2012학년도 수능	4점

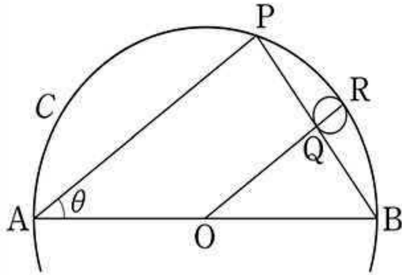
34. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2 인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q에서 선분 OP에 내린 수선의 발을 R, 점 O에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 S라 하자.

$\angle \mathrm{PAQ} = \theta \left(0 < \theta < \dfrac{\pi}{4}\right)$ 일 때, 삼각형 AOS의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PRQ의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim\limits_{\theta \to 0+} \dfrac{\theta^2 f(\theta)}{g(\theta)} = \dfrac{q}{p}$ 일 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q는 서로소인 자연수이다.)



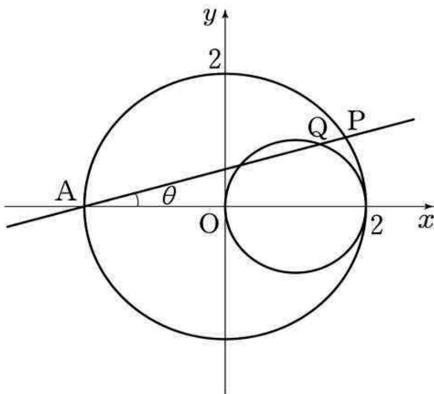
2013학년도 수능 6월 모의평가	4점

35. 중심이 O 이고, 두 점 A, B 를 지름의 양 끝으로 하며 반지름의 길이가 1 인 원 C가 있다. 그림과 같이 원 C 위의 점 P 에 대하여 점 O 를 지나고 직선 AP 와 평행한 직선이 선분 PB 와 만나는 점을 Q, 호 PB 와 만나는 점을 R 라 하자. $\angle \mathrm{PAB} = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ 라 하고, 점 Q 와 점 R 를 지름의 양 끝으로 하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^4} = \frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, $\overline{\mathrm{QR}} < 1$ 이고, p 와 q 는 서로소인 정수이다.)



2013학년도 수능 9월 모의평가	4점

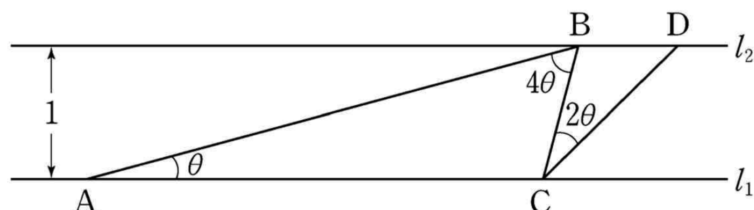
36. 그림과 같이 점 $\mathrm{A}(-2, 0)$ 과 원 $x^2+y^2=4$ 위의 점 P 에 대하여 직선 AP 가 원 $(x-1)^2+y^2=1$ 과 두 점에서 만날 때 두 점 중에서 점 P 에 가까운 점을 Q 라 하자. $\angle \mathrm{OAP} = \theta$ 라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{\theta^2}$ 의 값은?



① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

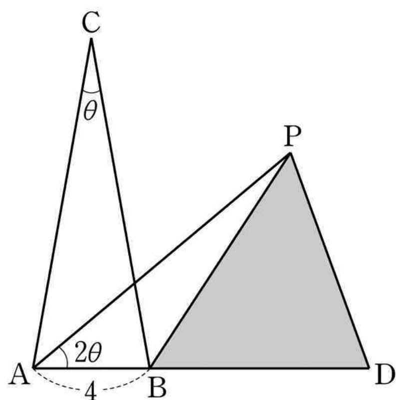
2015학년도 수능 9월 모의평가	4점

37. 그림과 같이 서로 평행한 두 직선 l_1 과 l_2 사이의 거리가 1 이다. 직선 l_1 위의 점 A 에 대하여 직선 l_2 위에 점 B를 선분 AB 와 직선 l_1 이 이루는 각의 크기가 θ 가 되도록 잡고, 직선 l_1 위에 점 C 를 $\angle \mathrm{ABC} = 4\theta$ 가 되도록 잡는다. 직선 l_2 위에 점 D 를 $\angle \mathrm{BCD} = 2\theta$이고 선분 CD 가 선분 AB 와 만나지 않도록 잡는다. 삼각형 ABC 의 넓이가 T_1, 삼각형 BCD 의 넓이가 T_2라 할 때, $\lim\limits_{\theta \to 0+} \dfrac{T_1}{T_2}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \dfrac{\pi}{10}$)



2014학년도 수능	4점

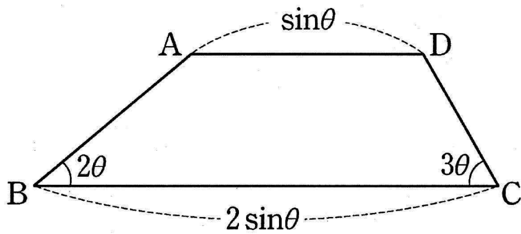
38. 오른쪽 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 한 변으로 하고, $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACB = \theta$인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB 의 연장선 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$인 점 D를 잡고, $\overline{AC} = \overline{AP}$이고 $\angle PAB = 2\theta$인 점 P를 잡는다. 삼각형 BDP의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim\limits_{\theta \to 0+} \{\theta \times S(\theta)\}$의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \dfrac{\pi}{6}$)



2015학년도 수능 6월 모의평가	4점

39. 그림과 같이 사다리꼴 ABCD 에서 변 AD 와 변 BC 가 평행하고 $\angle \mathrm{B}=2\theta$, $\angle \mathrm{C}=3\theta$, $\overline{\mathrm{BC}}=2\sin\theta$, $\overline{\mathrm{AD}}=\sin\theta$ 이다. 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta\to 0+}\frac{S(\theta)}{\theta^3}=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

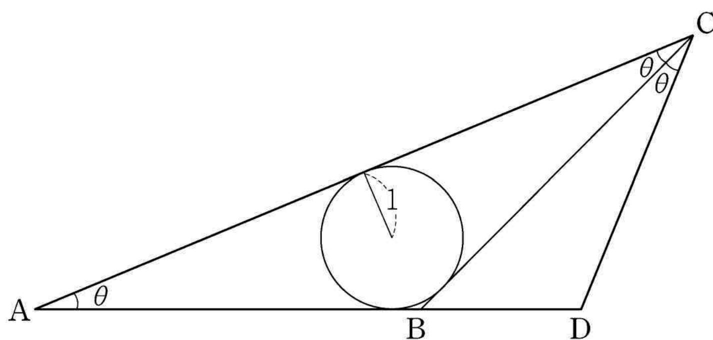
(단, $0<\theta<\frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



2015학년도 수능	4점

40. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고 $\angle CAB=\angle BCA=\theta$인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위에 점 A가 아닌 점 D를 $\angle DCB=\theta$가 되도록 잡는다. 삼각형 BDC의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta\to 0+}\{\theta\times S(\theta)\}$의 값은?

(단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$)



① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{10}{9}$

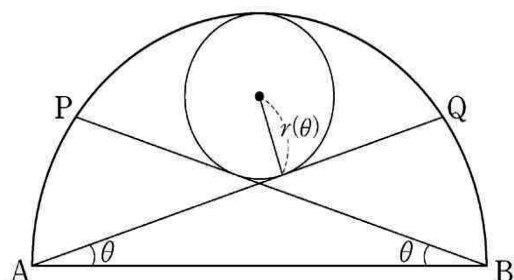
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{14}{9}$

2013학년도 수능 6월 모의평가	4점

41. 그림과 같이 길이가 2 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q 를

$\angle ABP = \angle BAQ = \theta \left(0 < \theta < \dfrac{\pi}{4}\right)$ 가 되도록 잡는다. 두 선분 AQ, BP 와 호 PQ 에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\displaystyle\lim_{\theta \to \frac{\pi}{4}-} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4} - \theta} = p\sqrt{2} + q$ 이다.

$p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.(단, p 와 q 는 유리수이다.)

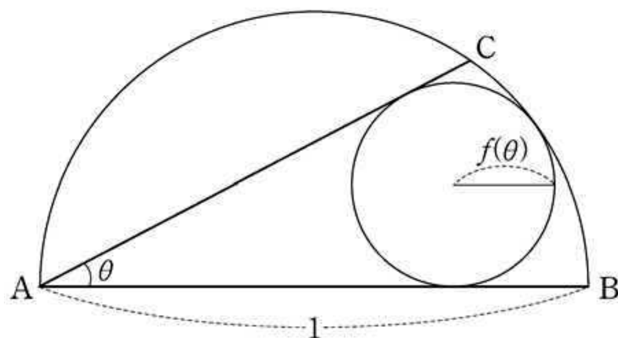


2016학년도 수능 6월 모의평가	4점

42. 그림과 같이 길이가 1 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위에 점 C 를 잡고 $\angle BAC = \theta$ 라 하자. 호 BC 와 두 선분 AB, AC 에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \to 0+} \frac{\tan\frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha$$

이다. 100α 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \dfrac{\pi}{4}$)



03 삼각함수의 미분

학습 목표

- 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다.

[1] 사인함수와 코사인함수의 도함수

① $y=\sin x$이면　$y'=\cos x$

② $y=\cos x$이면　$y'=-\sin x$

[증명] 삼각함수 $y=\sin x$에서

$$y'=\lim_{h\to 0}\frac{\sin(x+h)-\sin x}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\sin x\cos h+\cos x\sin h-\sin x}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cos x\sin h-\sin x(1-\cos h)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cos x\sin h}{h}-\lim_{h\to 0}\frac{\sin x(1-\cos h)}{h}$$

$$=\cos x\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{h}-\sin x\lim_{h\to 0}\frac{1-\cos h}{h}$$

$$=\cos x$$

이다. 즉 $y=\sin x$이면 $y'=\cos x$이다.

같은 방법으로 $y=\cos x$이면 $y'=-\sin x$임을 알 수 있다.

43. 다음 함수를 미분하여라.

(1) $y=\sin x\cos x$

(2) $y=e^{x}\sin x$

2015학년도 수능 9월 모의평가	2점

44. 함수 $f(x)=\sin x-4x$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

2012학년도 수능 9월 모의평가	4점

45. 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은?

(가) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt = 1$

(나) $\cos x \int_0^x f(t)dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt$ $\left(단,\ 0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

III 미분법

1 여러 가지 미분법

2 도함수의 활용



학 습 목 표

- 함수의 몫을 미분할 수 있다.
- 합성함수를 미분할 수 있다.
- 역함수를 미분할 수 있다.
- 이계도함수를 구할 수 있다.
- 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
- 함수의 그래프를 방정식과 부등식에 활용할 수 있다.

1 여러 가지 미분법

01 몫의 미분법

학습 목표

- 함수의 몫을 미분할 수 있다.

[1] 몫의 미분법

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ $(g(x) \neq 0)$가 미분가능할 때,

① $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$이면 $y' = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

② $y = \dfrac{1}{g(x)}$이면 $y' = -\dfrac{g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

[2] 함수 $y = x^n$ (n은 정수)의 도함수

n이 정수일 때, $y = x^n$이면 $y' = nx^{n-1}$

[3] 삼각함수의 미분법

① $y = \sin x$이면 $y' = \cos x$

② $y = \cos x$이면 $y' = -\sin x$

③ $y = \tan x$이면 $y' = \sec^2 x$

④ $y = \sec x$이면 $y' = \sec x \tan x$

⑤ $y = \csc x$이면 $y' = -\csc x \cot x$

⑥ $y = \cot x$이면 $y' = -\csc^2 x$

1. 함수 $f(x)=\frac{ax}{x+1}$에 대하여 $\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x^2-2x-3}=\frac{1}{8}$일 때, $f'(1)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2. 실수 전체의 집합에서 미분 가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$가 점 $(2,a)$에서 만나고, 이 점에서의 두 곡선의 접선은 서로 수직이다. 곡선 $y=\frac{f(x)}{g(x)}$ 위의 점 $(2,\ 1)$에서의 접선의 기울기가 $\frac{2}{a}$일 때, $f'(2)+g'(2)$의 값은?

(단, $a\neq 0$)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

02 합성함수의 미분법

학습 목표

• 합성함수를 미분할 수 있다.

[1] 합성함수의 미분법

(1) 미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$에 대하여
합성함수 $y=f(g(x))$의 도함수는

$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{du}\cdot\dfrac{du}{dx}$ 또는 $y'=f'(g(x))g'(x)$

(2) 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

① $y=f(ax+b)$이면 $y'=af'(ax+b)$ (a, b는 상수)

② $y=\{f(x)\}^n$ 이면 $y'=n\{f(x)\}^{n-1}f'(x)$ (n은 정수)

[2] 로그함수의 도함수

(1) $y=\ln|x|$이면 $y'=\dfrac{1}{x}$

(2) $y=\log_a|x|$ ($a>0$, $a\neq1$)이면 $y'=\dfrac{1}{x\ln a}$

$f(x)$가 미분가능하고 $a>0$, $a\neq1$, $f(x)\neq0$일 때

(3) $y=\ln|f(x)|$이면 $y'=\dfrac{f'(x)}{f(x)}$

(4) $y=\log_a|f(x)|$이면 $y'=\dfrac{f'(x)}{f(x)}\cdot\dfrac{1}{\ln a}$

[3] 함수 $y=x^n$ (n은 실수)의 도함수

n이 실수일 때, $y=x^n$이면 $y'=nx^{n-1}$

2015학년도 수능	3점

3. 함수 $f(x)=\cos x+4e^{2x}$에 대하여 $f'(0)$의 값을 구하시오.

2016학년도 수능 9월 모의평가	3점

4. 함수 $f(x)=\left(2e^{x}+1\right)^{3}$에 대하여 $f'(0)$의 값은?

① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60

2015학년도 수능 6월 모의평가	3점

5. 함수 $f(x)=e^{3x}+10x$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은?

① 17 ② 16 ③ 15 ④ 14 ⑤ 13

2014학년도 수능	3점

6. 함수 $f(x)=5e^{3x-3}$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하시오.

2012학년도 수능 9월 모의평가	3점

7. 함수 $f(x) = \ln(2x-1)$ 에 대하여 $f'(10) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

2016학년도 수능 9월 모의평가	3점

8. 곡선 $y = \ln 5x$ 위의 점 $\left(\frac{1}{5},\ 0\right)$에서의 접선의 y절편은?

① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

9. 미분가능한 함수 $y = f(x)$의 그래프 위의 점 $(2,\ f(2))$에서의 접선의 기울기가 2이다. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y = f(\sqrt{x})$의 $x = 4$에서의 미분계수는?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

2013학년도 수능 6월 모의평가	3점

10. 함수 $f(x)=(x+1)^{\frac{3}{2}}$과 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$를 $h(x)=(g\circ f)(x)$라 하자. $h'(0)=15$일 때, $g'(1)$의 값을 구하시오.

2014학년도 수능 6월 모의평가	3점

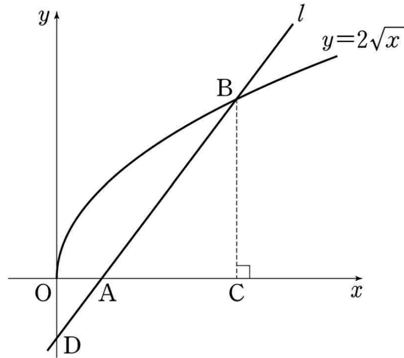
11. 다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 0}\frac{x}{f(x)}=1$, $\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{f(x)}=2$를 만족시킬 때, $\lim_{x\to 1}\frac{f(f(x))}{2x^2-x-1}$의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

2014학년도 수능 6월 모의평가	3점

12. 점 $A(1,\ 0)$ 을 지나고 기울기가 양수인 직선 l 이 곡선 $y=2\sqrt{x}$ 와 만나는 점을 B, 점 B 에서 x 축에 내린 수선의 발을 C, 직선 l 이 y 축과 만나는 점을 D 라 하자. 점 $B(t,\ 2\sqrt{t})$ 에 대하여 삼각형 BAC 의 넓이를 $f(t)$ 라 할 때, $f'(9)$ 의 값은?



① 3　② $\frac{10}{3}$　③ $\frac{11}{3}$　④ 4　⑤ $\frac{13}{3}$

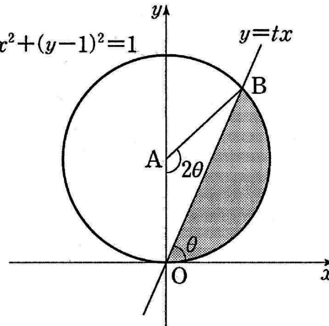
2012학년도 수능	4점

13. 함수 $f(x)=3(x-1)^2+5$ 에 대하여 함수 $F(x)$를 $F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$ 라 하자. 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $F(g(x))=\frac{1}{2}F(x)$ 를 만족시킨다.
$g'(2)=p$ 일 때, $30p$ 의 값을 구하시오.

2015학년도 수능 6월 모의평가	4점

14. 양의 실수 t 에 대하여 좌표평면에서 x, y 에 대한 연립부등식 $\begin{cases} x^2+(y-1)^2 \le 1 \\ y \le tx \end{cases}$ 가 나타내는 영역의 넓이를 $f(t)$ 라 하자. 다음은 $f'(2)$ 의 값을 구하는 과정이다.

원 $C: x^2+(y-1)^2=1$ 의 중심을 A, 원 C 와 직선 $l: y=tx$ 가 만나는 두 점을 각각 O, B 라 하자.
직선 l 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 $\theta \left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ 라 하면 $\angle \mathrm{OAB}=2\theta$ 이다.



주어진 연립부등식이 나타내는 영역의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하면

$$g(\theta)=\theta-\boxed{(가)}$$

이다.
$t=\tan\theta$ 이므로 $g(\theta)=f(t)=f(\tan\theta)$ 이고,
합성함수의 미분법에 의하여

$$g'(\theta)=f'(t)\times\boxed{(나)}$$

이다.
$t=2$ 일 때, $\tan\theta=2$ 이므로 $f'(2)=\boxed{(다)}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $h_1(\theta)$, $h_2(\theta)$ 라 하고 (다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $a\times h_1\left(\frac{\pi}{4}\right)\times h_2\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은?

① $\frac{8}{25}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{12}{25}$
④ $\frac{14}{25}$ ⑤ $\frac{16}{25}$

2015학년도 수능	4점

15. 함수 $f(x)=e^{x+1}-1$과 자연수 n에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=100|f(x)|-\sum_{k=1}^{n}|f(x^k)|$$

이라 하자. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

03 역함수의 미분법

학습 목표

- 역함수를 미분할 수 있다.

[1] 역함수의 미분법

미분가능한 함수 $f(x)$의 역함수 $y=f^{-1}(x)$가 존재하고 미분가능할 때,

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\frac{dx}{dy}} \text{ 또는 } (f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'(y)} \left(\text{단, } \frac{dx}{dy}\neq 0,\ f'(y)\neq 0\right)$$

[2] 역함수의 미분법의 기하학적 의미

16. 함수 $f(x)=(x-1)e^x$ $(x>0)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(e^2,\ 2)$에서의 접선의 기울기는?

① $\frac{1}{2e^2}$　② $\frac{1}{2e}$　③ 1　④ $2e$　⑤ $2e^2$

2010학년도 수능 9월 모의평가	4점

17. 함수 $f(x)=\ln(e^x-1)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 양수 a에 대하여 $\frac{1}{f'(a)}+\frac{1}{g'(a)}$의 값은?

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

2014학년도 수능 9월 모의평가	4점

18. 함수 $f(x)=\ln(\tan x)$ $\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$의 역함수 $g(x)$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{4g(8h)-\pi}{h}$의 값을 구하시오.

2013학년도 수능 6월 모의평가	4점

19. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 있다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(2, 1)$ 에서의 접선의 기울기는 1 이다. 함수 $f(2x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(1, a)$ 에서의 접선의 기울기는 b 이다. $10(a+b)$ 의 값을 구하시오.

04 이계도함수

학습 목표

- 이계도함수를 구할 수 있다.

미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 미분가능할 때,
$f'(x)$의 도함수를 함수 $f(x)$의 이계도함수라고 하며,
기호로 $f''(x)$, y'', $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^2}{dx^2}f(x)$와 같이 나타낸다.

20. 다음 함수의 이계도함수를 구하여라.

(1) $y=xe^x$

(2) $y=x^3e^x$

(3) $y=e^x\cos x$

2005학년도 수능	3점

21. 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f'(-x)=f'(x)$

ㄴ. $\lim_{x \to 0} f'(x)=0$

ㄷ. $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $x=a(a \neq 0)$에서 극댓값을 가지면 $f'(x)$는 $x=-a$에서 극솟값을 갖는다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

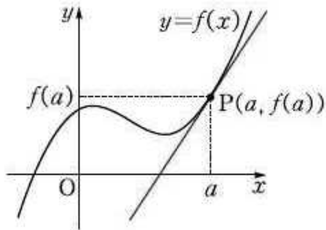
2 도함수의 활용

01 접선의 방정식

학습 목표

• 접선의 방정식을 구할 수 있다.

[1] 접선의 방정식



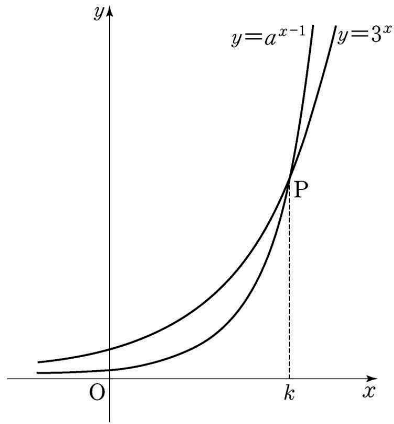
함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때,
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$에서의 접선의 기울기는 $f'(a)$
이므로 접선의 방정식은
$y-f(a)=f'(a)(x-a)$

[2] 접선의 방정식 유형

(1) 접점이 주어진 경우
(2) 기울기가 주어진 경우
(3) 곡선 밖의 한 점이 주어진 경우

2015학년도 수능	4점

1. $a>3$인 상수 a에 대하여 두 곡선 $y=a^{x-1}$과 $y=3^{x}$이 점 P에서 만난다. 점 P의 x좌표를 k라 하자.

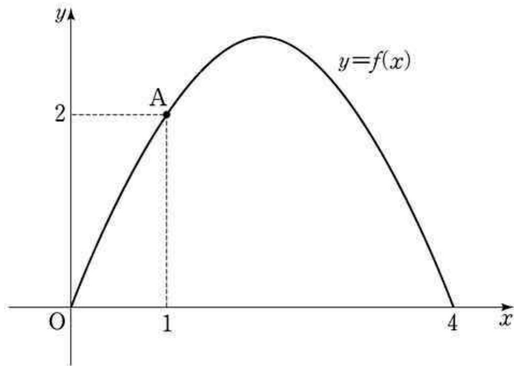


점 P에서 곡선 $y=3^{x}$에 접하는 직선이 x축과 만나는 점을 A, 점 P에서 곡선 $y=a^{x-1}$에 접하는 직선이 x축과 만나는 점을 B라 하자. 점 H$(k, 0)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AH}}=2\overline{\mathrm{BH}}$일 때, a의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2016학년도 수능 6월 모의평가	4점

2. 닫힌 구간 $[0,\ 4]$에서 정의된 함수 $f(x)=2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}x$의 그래프가 그림과 같고, 직선 $y=g(x)$가 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$를 지난다.



일차함수 $g(x)$가 닫힌 구간 $[0,4]$ 에서 $f(x) \leq g(x)$를 만족시킬 때, $g(3)$의 값은?

① π　② $\pi+1$　③ $\pi+2$
④ $\pi+3$　⑤ $\pi+4$

2015학년도 수능 6월 모의평가	4점

3. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x)=f(x)\ln x^4$ 이라 하자.
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(e,\ -e)$ 에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(e,\ -4e)$ 에서의 접선이 서로 수직일 때, $100f'(e)$ 의 값을 구하시오.

02 평균값의 정리

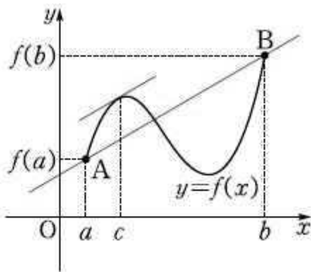
학습 목표

• 함수에 대한 평균값 정리를 이해한다.

함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 열린 구간 $(a,\ b)$에서 미분가능하면

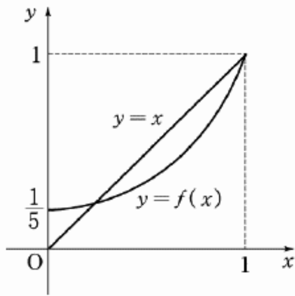
$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$$

인 c가 열린 구간 $(a,\ b)$에 적어도 하나 존재한다.



2006학년도 수능 9월 모의평가	4점

4. 다음 그림은 직선 $y=x$ 와 다항함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 일부이다. 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 0$ 이고 $f(0)=\frac{1}{5}$, $f(1)=1$ 일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



ㄱ. $f'(x)=\frac{4}{5}$ 인 x 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

ㄴ. $\int_{0}^{1} f(x)dx + \int_{\frac{1}{5}}^{1} f^{-1}(x)dx = 1$

ㄷ. $g(x)=(f \circ f)(x)$ 일 때,
$g'(x)=1$ 인 x 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2007학년도 수능 9월 모의평가	3점

5. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$가 $f(-1)=-1$, $f(0)=1$, $f(1)=0$을 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

ㄱ. $f(a)=\frac{1}{2}$인 실수 a가 구간 $(-1, 1)$에 두 개 이상 존재한다.
ㄴ. $f'(b)=-1$인 실수 b가 구간 $(-1, 1)$에 적어도 한 개 존재한다.
ㄷ. $f''(c)=0$인 실수 c가 구간 $(-1, 1)$에 적어도 한 개 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2015학년도 수능 6월 모의평가	4점

6. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x 에 대하여 $1 \le f'(x) \le 3$ 이다.
> (나) 모든 정수 n 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 점 $(4n, 8n)$, 점 $(4n+1,\ 8n+2)$, 점 $(4n+2,\ 8n+5)$, 점 $(4n+3,\ 8n+7)$ 을 모두 지난다.
> (다) 모든 정수 k 에 대하여 닫힌 구간 $[2k,\ 2k+1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_{3}^{6} f(x)dx = a$ 라 할 때, $6a$ 의 값을 구하시오.

03 함수의 그래프

학습 목표
- 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
- 도함수를 방정식과 부등식에 활용할 수 있다.

[1] 함수의 증가와 감소

(1) 증가와 감소의 정의

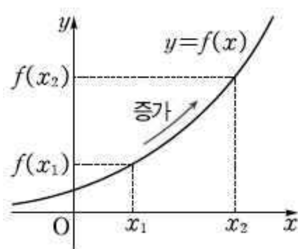
함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 수 x_1, x_2에 대하여

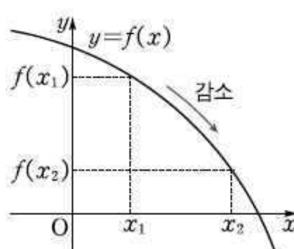
$x_1 < x_2$일 때 $f(x_1) < f(x_2)$

이면, 함수 $f(x)$는 이 구간에서 증가한다고 한다. 또

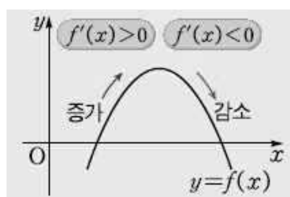
$x_1 < x_2$일 때 $f(x_1) > f(x_2)$

이면, 함수 $f(x)$는 이 구간에서 감소한다고 한다.





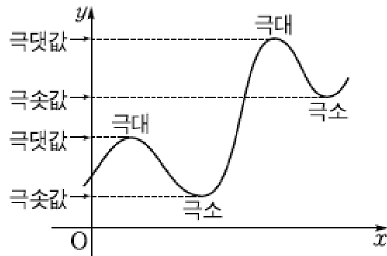
(2) 도함수의 부호를 이용한 함수의 증가와 감소의 판정



함수 $f(x)$가 어떤 열린 구간에서 미분가능하고,
이 구간의 모든 x에 대하여
① $f'(x) > 0$이면 $f(x)$는 이 구간에서 증가한다.
② $f'(x) < 0$이면 $f(x)$는 이 구간에서 감소한다.

[2] 함수의 극대와 극소

(1) 극대와 극소의 정의



① 함수 $f(x)$에서 $x=a$를 포함하는 어떤 열린 구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x) \le f(a)$일 때,
함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대라 하고,
$f(a)$를 극댓값이라고 한다.

② 함수 $f(x)$에서 $x=a$를 포함하는 어떤 열린 구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x) \ge f(a)$일 때,
함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소라 하고,
$f(a)$를 극솟값이라고 한다.

극댓값과 극솟값을 통틀어 극값이라고 한다.

(2) 도함수의 부호를 이용한 극대와 극소의 판정

미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$이고, $x=a$의 좌우에서

① $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면
$f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

② $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면
$f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

(3) 이계도함수의 부호를 이용한 극대와 극소의 판정

이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$일 때

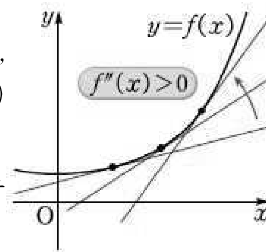
① $f''(a)<0$이면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

② $f''(a)>0$이면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

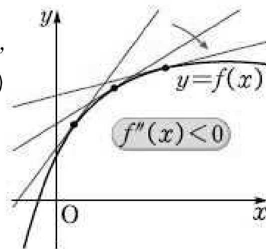
[3] 곡선의 아래로 볼록과 위로 볼록

함수 $f(x)$가 어떤 구간에서
① $f''(x) > 0$이면 곡선 $y = f(x)$는 이 구간에서 아래로 볼록하다.
② $f''(x) < 0$이면 곡선 $y = f(x)$는 이 구간에서 위로 볼록하다.

함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 $f''(x) > 0$이면, 그 구간에서 $f'(x)$는 증가하므로 곡선 $y = f(x)$의 접선의 기울기도 증가한다.
따라서 곡선 $y = f(x)$는 이 구간에서 아래로 볼록하다.



함수 $f(x)$가 어떤 구간에서 $f''(x) < 0$이면, 그 구간에서 $f'(x)$는 감소하므로 곡선 $y = f(x)$의 접선의 기울기도 감소한다.
따라서 곡선 $y = f(x)$는 위로 볼록하다.



[4] 변곡점

(1) 변곡점의 정의

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$에 대하여 $x = a$의 좌우에서 곡선의 모양이 아래로 볼록에서 위로 볼록으로 변하거나 위로 볼록에서 아래로 볼록으로 변할 때, 점 P를 곡선 $y = f(x)$의 변곡점이라고 한다.

(2) 변곡점의 판정

1) $f''(a) = 0$이고
2) $x = a$의 좌우에서 $f''(x)$의 부호가 바뀌면
점 $(a,\ f(a))$는 곡선 $y = f(x)$의 변곡점이다.

변곡점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$의 좌우에서 $f''(x)$의 부호가 바뀌므로 <u>$f''(a)$가 존재하면</u> $f''(a) = 0$이다.

[5] 함수의 그래프

함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형은 다음 순서에 따라 그린다.

① 함수의 정의역

② $\lim_{x \to \infty} f(x)$, $\lim_{x \to \infty} f(x)$, 점근선

③ 대칭성과 주기

④ 좌표축과의 교점

⑤ 함수의 증가와 감소 (극대와 극소)

⑥ 곡선의 오목과 볼록 (변곡점)

7. 함수 $y=\dfrac{x}{x^2+1}$의 그래프를 그리시오.

8. 함수 $f(x)=xe^x$의 그래프를 그리시오.

9. 함수 $f(x)=2x^2e^{-x+2}$의 그래프를 그리시오.

[6] 함수의 그래프를 이용한 함수의 최대와 최소

함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,\ b]$에서 연속이면 최대・최소 정리에 의하여 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.

[7] 함수의 그래프를 이용한 방정식의 해법

방정식 $f(x)=0$의 실근은
함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표와 같다.
따라서 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는
함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축의 교점의 개수를 조사하여 구한다.

주어진 방정식을 $g(x)=h(x)$의 꼴로 변형한 후
두 함수 $y=g(x)$, $y=h(x)$의 그래프의 교점의 개수를 조사하여 구할 수도 있다.

[8] 함수의 그래프를 이용한 부등식의 해법

어떤 구간에서 부등식 $f(x) \geq 0$이 성립함을 보이려면
그 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값이 0보다 크거나 같음을 보인다.

또 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여
어떤 구간에서 부등식 $f(x) \geq g(x)$가 성립함을 보이려면
그 구간에서 $f(x)-g(x) \geq 0$임을 보이면 된다.

2013학년도 수능 6월 모의평가	3점

10. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-a\ln x\ (a>0)$ 의 극솟값이 0 일 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{2}{e}$ ③ $\sqrt{e}$
④ e ⑤ $2e$

2011학년도 수능 9월 모의평가	3점

11. 곡선 $y=\left(\ln\frac{1}{ax}\right)^2$ 의 변곡점이 직선 $y=2x$ 위에 있을 때, 양수 a 의 값은?

① e ② $\frac{5}{4}e$ ③ $\frac{3}{2}e$ ④ $\frac{7}{4}e$ ⑤ $2e$

2009학년도 수능 9월 모의평가	3점

12. 좌표평면에서 곡선

$y = \cos^n x \left(0 < x < \frac{\pi}{2},\ n = 2, 3, 4, \cdots\right)$ 의 변곡점의 y 좌표를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} a_n$ 의 값은?

① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{e}}$

④ $\frac{1}{2e}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{2e}}$

2006학년도 수능	4점

13. 양수 a 에 대하여 닫힌구간 $[-a,\ a]$에서 함수 $f(x)=\dfrac{x-5}{(x-5)^2+36}$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m=0$이 되도록 하는 a의 최솟값을 구하시오.

2012학년도 수능	4점

14. 정의역이 $\{x \mid 0 \leq x \leq \pi\}$ 인 함수 $f(x) = 2x\cos x$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $f'(a) = 0$ 이면 $\tan a = \dfrac{1}{a}$ 이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 극댓값을 가지는 a 가 구간 $\left(\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{3}\right)$ 에 있다.

ㄷ. 구간 $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$ 에서 방정식 $f(x) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2 이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2010학년도 수능 9월 모의평가	4점

15. 함수 $f(x)=\sin\frac{x^2}{2}$ 에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기> 에서 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $0<x<1$ 일 때, $x^2\sin\frac{x^2}{2}<f(x)<\cos\frac{x^2}{2}$ 이다.
ㄴ. 구간 $(0,1)$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 는 위로 볼록하다.
ㄷ. $\int_0^1 f(x)\,dx \leqq \frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

2008학년도 수능	4점

16. 함수 $f(x)=x+\sin x$ 에 대하여 함수 $g(x)$를
$g(x)=(f \circ f)(x)$로 정의할 때,
<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 함수 $f(x)$의 그래프는 열린구간 $(0,\ \pi)$에서 위로 볼록하다.
ㄴ. 함수 $g(x)$는 열린구간 $(0,\ \pi)$에서 증가한다.
ㄷ. $g'(x)=1$인 실수 x가 열린구간 $(0,\ \pi)$에 존재한다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2007학년도 수능	4점

17. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$에 대하여 점 $\mathrm{A}(a, f(a))$를 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자.
직선 $y=g(x)$가 함수 $f(x)$의 그래프와 점 $\mathrm{B}(b, f(b))$에서 접할 때, 함수 $h(x)$를 $h(x)=f(x)-g(x)$라 하자.
<보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $a \neq b$이다.)

[보 기]

ㄱ. $h'(b)=0$
ㄴ. 방정식 $h'(x)=0$은 3개 이상의 실근을 갖는다.
ㄷ. 점 $(a, h(a))$는 곡선 $y=h(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2011학년도 수능 9월 모의평가	4점

18. 다항함수 $f(x)$에 대하여 다음 표는 x의 값에 따른 $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$의 변화 중 일부를 나타낸 것이다.

x	$x<1$	$x=1$	$1<x<3$	$x=3$
$f'(x)$		0		1
$f''(x)$	$+$		$+$	0
$f(x)$		$\frac{\pi}{2}$		π

함수 $g(x)=\sin(f(x))$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

보 기

ㄱ. $g'(3)=-1$

ㄴ. $1<a<b<3$ 이면 $-1<\dfrac{g(b)-g(a)}{b-a}<0$ 이다.

ㄷ. 점 $P(1,1)$은 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2015학년도 수능 9월 모의평가	4점

19. 3 이상의 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 $f(x)=x^n e^{-x}$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f\left(\frac{n}{2}\right)=f'\left(\frac{n}{2}\right)$

ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=n$ 에서 극댓값을 갖는다.

ㄷ. 점 $(0,\ 0)$ 은 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2016학년도 수능 6월 모의평가	4점

20. 2 이상의 자연수 n에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=e^{x+1}\{x^2+(n-2)x-n+3\}+ax$가 역함수를 갖도록 하는 실수 a의 최솟값을 $g(n)$이라 하자. $1 \le g(n) \le 8$을 만족시키는 모든 n의 값의 합은?

① 43 ② 46 ③ 49 ④ 52 ⑤ 55

2016학년도 수능 9월 모의평가	4점

21. 양수 a와 두 실수 b, c에 대하여 함수

$$f(x)=(ax^2+bx+c)e^x$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$는 $x=-\sqrt{3}$과 $x=\sqrt{3}$에서 극값을 갖는다.
(나) $0 \le x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여
$f(x_2)-f(x_1)+x_2-x_1 \ge 0$이다.

세 수 a, b, c의 곱 abc의 최댓값을 $\frac{k}{e^3}$라 할 때, $60k$의 값을 구하시오.

2013학년도 수능	4점

22. 함수 $f(x)=kx^2e^{-x}$ $(k>0)$과 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서 x축까지의 거리와 y축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$라 하자.
함수 $g(t)$가 한 점에서만 미분가능하지 않도록 하는 k의 최댓값은?

① $\frac{1}{e}$　　② $\frac{1}{\sqrt{e}}$　　③ $\frac{e}{2}$

④ $\sqrt{e}$　　⑤ e

2014학년도 수능	4점

23. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=f(x)e^{-x}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 $(1,\ g(1))$과 점 $(4,\ g(4))$는 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.
(나) 점 $(0,\ k)$에서 곡선 $y=g(x)$에 그은 접선의 개수가 3인 k의 값의 범위는 $-1<k<0$이다.

$g(-2)\times g(4)$의 값을 구하시오.

2014학년도 수능 6월 모의평가	4점

24. 좌표평면에서 곡선 $y=x^2+x$ 위의 두 점 A, B의 x좌표를 각각 s, t $(0<s<t)$라 하자. 양수 k에 대하여 두 직선 OA, OB와 곡선 $y=x^2+x$로 둘러싸인 부분의 넓이가 k가 되도록 하는 점 $(s,\ t)$가 나타내는 곡선을 C라 하자. 곡선 C위의 점 중에서 점 $(1,\ 0)$과의 거리가 최소인 점의 x좌표가 $\frac{2}{3}$일 때, $k=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

Ⅳ 적분법

1 여러 가지 적분법

2 정적분의 활용



학 습 목 표

- 여러 가지 함수의 부정적분을 구할 수 있다.
- 치환적분법과 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
- 여러 가지 함수의 정적분을 계산할 수 있다.
- 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
- 입체도형의 부피를 구할 수 있다.

1 여러 가지 적분법

01 여러 가지 함수의 부정적분

학습 목표

- 여러 가지 함수의 부정적분을 구할 수 있다.

[1] 부정적분의 뜻

함수 $F(x)$의 도함수가 $f(x)$일 때, 즉 $F'(x)=f(x)$일 때,
$F(x)$를 $f(x)$의 부정적분 또는 원시함수라 하고, 기호는 $\int f(x)dx$
함수 $f(x)$의 부정적분 중 하나를 $F(x)$라 할 때,
$f(x)$의 임의의 부정적분은
$\int f(x)dx=F(x)+C$ (C 는 임의의 상수)이고,
이때, x를 적분변수, 함수 $f(x)$를 피적분함수, C를 적분상수라 한다.

[2] 여러 가지 함수의 부정적분

(1) 함수 $y=x^n$ (n은 실수)의 부정적분

① $n\neq-1$일 때, $\int x^n dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C$

② $n=-1$일 때, $\int x^{-1}dx=\int\frac{1}{x}dx=\ln|x|+C$

(2) 지수함수의 부정적분

① $\int e^x dx=e^x+C$

② $\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C$ (단, $a>0$, $a\neq1$)

(3) 삼각함수의 부정적분

① $(-\cos x+C)'=\sin x$ $\Rightarrow$ $\int\sin x\,dx=-\cos x+C$

② $(\sin x+C)'=\cos x$ $\Rightarrow$ $\int\cos x\,dx=\sin x+C$

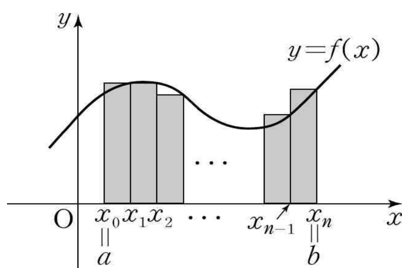
③ $(\tan x+C)'=\sec^2 x$ $\Rightarrow$ $\int\sec^2 x\,dx=\tan x+C$

④ $(-\cot x+C)'=\csc^2 x$ $\Rightarrow$ $\int\csc^2 x\,dx=-\cot x+C$

⑤ $(\sec x+C)'=\sec x\tan x$ $\Rightarrow$ $\int\sec x\tan x\,dx=\sec x+C$

⑥ $(-\csc x+C)'=\csc x\cot x$ $\Rightarrow$ $\int\csc x\cot x\,dx=-\csc x+C$

02 정적분의 정의



함수 $f(x)$가 구간 $[a,\ b]$에서 연속일 때, 구간 $[a,\ b]$를 n등분한 x축 위의 점을 차례로

$a=x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n=b$

라 하자.

$\Delta x=\dfrac{b-a}{n},\ x_k=a+k\Delta x$

라 할 때,

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}f(x_k)\Delta x$의 값을 a에서 b까지의 $f(x)$의 정적분이라 하고,

기호로 $\displaystyle\int_a^b f(x)dx$ 와 같이 나타낸다.

즉, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f(x_k)\Delta x=\int_a^b f(x)dx$

2015학년도 수능	3점

1. 함수 $f(x)=\dfrac{1}{x}$에 대하여 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(1+\frac{2k}{n}\right)\frac{2}{n}$의 값은?

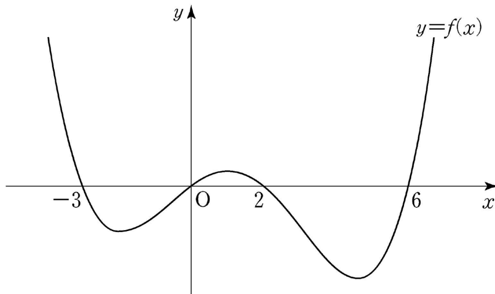
① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $2\ln 2$
④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$

2013학년도 수능 6월 모의평가	4점

2. 사차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(m+\frac{k}{n}\right)<0$$

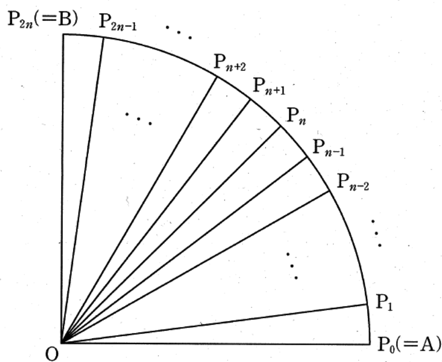
을 만족시키는 정수 m 의 개수는?



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2015학년도 수능 9월 모의평가	4점

3. 중심이 O, 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 자연수 n 에 대하여 호 AB 를 $2n$ 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로
$P_0(=A)$, P_1, P_2, $\cdots$, P_{2n-1}, $P_{2n}(=B)$라 하자.

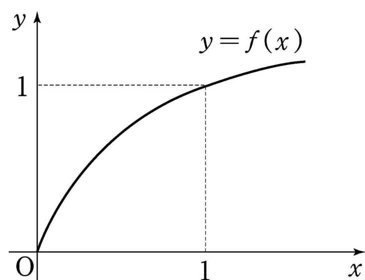


주어진 자연수 n 에 대하여 $S_k\ (1\le k\le n)$을 삼각형 $OP_{n-k}P_{n+k}$ 의 넓이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}S_k$의 값은?

① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{13}{12\pi}$ ③ $\frac{7}{6\pi}$

④ $\frac{5}{4\pi}$ ⑤ $\frac{4}{3\pi}$

4. 다음은 연속함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다. 구간 $[0, 1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가 존재하고 연속일 때, 극한값 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{g\left(\frac{k}{n}\right)-g\left(\frac{k-1}{n}\right)\right\}\frac{k}{n}$ 와 같은 값을 갖는 것은?



① $\int_0^1 g(x)\,dx$
② $\int_0^1 x\,g(x)\,dx$
③ $\int_0^1 f(x)\,dx$
④ $\int_0^1 x\,f(x)\,dx$
⑤ $\int_0^1 \{f(x)-g(x)\}\,dx$

5. 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ 이며, 열린구간 $(0, 1)$ 에서 이계도함수를 갖고 $f'(x) > 0$, $f''(x) > 0$ 일 때, $\int_0^1\{f^{-1}(x) - f(x)\}\,dx$ 의 값과 같은 것은?

① $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{n} - f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{2n}$
② $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{n} - f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{2}{n}$
③ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{n} - f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{n}$
④ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{2n} - f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{n}$
⑤ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{2k}{n} - f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{n}$

03 미적분학의 기본정리

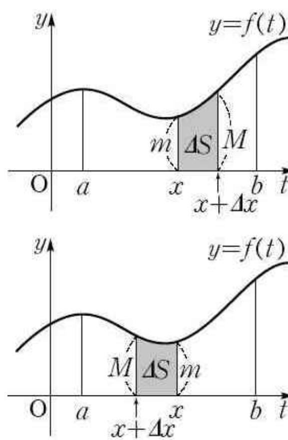
[1] 미적분학의 제 1 기본정리

-정적분과 미분의 관계

> 함수 $y=f(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속일 때,
>
> $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_a^x f(t)dt=f(x)$ (단, $a\le x\le b$)

$y=f(t)$는 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 $f(t)\ge 0$이라고 하자.
오른쪽 그림과 같이 곡선 $y=f(t)$와 두 직선 $t=a$와 $t=x(a\le x\le b)$ 및 t축으로 둘러싸인 부분의 넓이 $S(x)$는

$$S(x)=\int_a^x f(t)dt \quad\cdots\cdots\ ①$$



이때 x의 증분 Δx에 대한 $S(x)$의 증분을 ΔS라고 하면

$$\Delta S=S(x+\Delta x)-S(x)$$

함수 $y=f(t)$는 닫힌구간 $[x,\ x+\Delta x]$ 또는 닫힌구간 $[x+\Delta x,\ x]$에서 연속이므로 최댓값과 최솟값을 갖는다. (최대·최소의 정리)

$\Delta x>0$일 때, 닫힌구간 $[x,\ x+\Delta x]$에서
$y=f(t)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라고 하면

$$m\cdot\Delta x\le\Delta S\le M\cdot\Delta x \quad\cdots\cdots\ ②$$

$\Delta x<0$일 때, 닫힌구간 $[x+\Delta x,\ x]$에서
$y=f(t)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라고 하면

$$M\cdot\Delta x\le\Delta S\le m\cdot\Delta x \quad\cdots\cdots\ ③$$

부등식 ②와 ③의 각 변을 Δx로 나누면 Δx의 부호에 관계없이

$$m\le\frac{\Delta S}{\Delta x}\le M \quad \text{이다.}$$

이때 $\Delta x\to 0$이면

$$\lim_{\Delta x\to 0}m\le\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta x}\le\lim_{\Delta x\to 0}M$$

함수 $y=f(t)$는 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이므로 $\Delta x\to 0$이면 $m\to f(x)$이고 $M\to f(x)$이다.

따라서 $f(x) \le \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta x} \le f(x)$,

즉 $f(x) \le \frac{d}{dx}S(x) \le f(x)$이므로

$$\frac{d}{dx}S(x) = f(x)$$

①에서 $S(x) = \int_a^x f(t)dt$이므로

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x)$$

[2] 미적분학의 제 2 기본정리

-정적분의 기본 정리

-정적분과 부정적분의 관계

> 함수 $f(x)$가 구간 $[a,\ b]$에서 연속이고,
> $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때
> $\int_a^b f(x)dx = \Big[F(x)\Big]_a^b = F(b) - f(a)$

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속일 때,

$S(x) = \int_a^x f(t)dt$라고 하면

제1 기본정리 (적분과 미분의 관계)로부터 $S'(x) = f(x)$이므로

$S(x)$는 $f(x)$의 부정적분이다.

$f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라고 하면

$S(x) = \int_a^x f(t)dt = F(x) + C$ (단, C는 적분상수)

그런데 $x = a$이면 $S(a) = 0$이므로 $S(a) = F(a) + C = 0$,

즉 $C = -F(a)$이다.

따라서 $\int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a)$

여기에 $x = b$를 대입하고 변수 t를 x로 바꾸면 다음과 같다.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

2003학년도 수능	4점

6. 함수 $f(x)$ 는 연속함수이고 모든 실수 x 에 대하여 다음 등식이 성립한다.

$$f(x)-2\int_0^x e^t f(t)\,dt=1$$

이때, $f''(0)$ 의 값은?
(단, e 는 자연로그의 밑이고, $f''(x)$ 는 $f(x)$ 의 이계도함수이다.)

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

2002학년도 수능	4점

7. 두 함수 $f(x)=ax+b$ 와 $g(x)=e^x$ 가

$f(g(x))=\int_0^x f(t)g(t)\,dt-xe^x+3$ 을 만족할 때, $f(2)$ 의 값은?

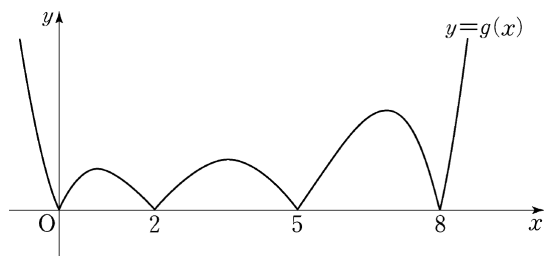
① 4　② 2　③ 0　④ -2　⑤ -4

2013학년도 수능	4점

8. 삼차함수 $f(x)$는 $f(0)>0$을 만족시킨다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\left|\int_0^x f(t)\,dt\right|$$

라 할 때, 함수 $g(x)$의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.

ㄴ. $f'(0)<0$

ㄷ. $\int_m^{m+2} f(x)\,dx>0$을 만족시키는 자연수 m의 개수는 3이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 미분 가능하고, 그 역함수 $g(x)$에 대하여 등식

$$\int_{1}^{f(x)} g(t)dt = x-1$$

을 만족시킬 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f'(x) < 0$

ㄴ. $f(e) = 2$

ㄷ. $f\left(\frac{a+b}{2}\right) > \frac{f(a)+f(b)}{2}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2015학년도 수능	3점

10. $\int_{0}^{1} 3\sqrt{x}\,dx$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2016학년도 수능 9월 모의평가	3점

11. $\int_{1}^{16} \frac{1}{\sqrt{x}}dx$ 의 값을 구하시오.

2016학년도 수능 6월 모의평가	3점

12. $\int_{0}^{1} e^{x+4}dx$ 의 값은?

① $e^5 - e^4$ ② e^5 ③ $e^5 + e^4$
④ $e^5 + 2e^4$ ⑤ $e^5 + 3e^4$

2015학년도 수능 9월 모의평가	3점

13. $\int_{0}^{1} 2e^{2x}dx$ 의 값은?

① $e^2 - 1$ ② $e^2 + 1$ ③ $e^2 + 2$
④ $2e^2 - 1$ ⑤ $2e^2 + 1$

2013학년도 수능	3점

14. 연속함수 $f(x)$가 $f(x) = e^{x^2} + \int_{0}^{1} tf(t)\,dt$ 를 만족시킬 때, $\int_{0}^{1} xf(x)\,dx$의 값은?

① $e-2$ ② $\frac{e-1}{2}$ ③ $\frac{e}{2}$
④ $e-1$ ⑤ $\frac{e+1}{2}$

04 치환적분법

학습 목표

- 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

[1] 치환적분법

미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $x=g(t)$로 놓으면

$$\int f(x)dx = \int f(g(t))g'(t)dt$$

[2] 피적분함수의 꼴에 따른 치환적분법의 이용

(1) 피적분함수가 $f(g(x))g'(x)$ 의 꼴인 경우

$\int f(g(x))g'(x)dx$ 에서 $g(x)=t$ 로 놓으면

치환적분법에 의하여

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(t)dt$$

(2) 피적분함수가 $\dfrac{f'(x)}{f(x)}$ 의 꼴인 경우

$\int \dfrac{f'(x)}{f(x)}dx$ 에서 $f(x)=t$ 로 놓고

양변을 x에 대하여 미분하면 $f'(x)=\dfrac{dt}{dx}$ 이므로

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \int \frac{1}{t}dt \quad = \ln|t|+C \quad = \ln|f(x)|+C$$

따라서 $\int \dfrac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln|f(x)|+C$

[3] 치환적분법을 이용한 정적분

구간 $[a,\ b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여,

미분가능한 함수 $x=g(t)$의 도함수 $g'(t)$가

구간 $[\alpha,\ \beta]$에서 연속이고 $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$이면

$$\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)dt$$

2015학년도 수능 6월 모의평가	3점

15. $\int_{e}^{e^3} \frac{\ln x}{x} dx$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 정적분 $\int_{0}^{1} 2x e^{x^2} dx$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑)

① $e-1$ ② e ③ $e+1$
④ e^2-1 ⑤ e^2

17. 함수 $f(x)=\int x e^{x^2+1} dx$ 에 대하여 $f(0)=e$ 일 때, $f(1)$ 의 값은?

① $\frac{e}{2}$ ② e ③ $\frac{e}{2}(e-1)$
④ $2e-1$ ⑤ $\frac{e}{2}(e+1)$

18. 1보다 큰 실수 a 에 대하여 $f(a)=\int_{1}^{a} \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$ 라 할 때, $f(a^4)$ 과 같은 것은?

① $4f(a)$ ② $8f(a)$ ③ $12f(a)$
④ $16f(a)$ ⑤ $20f(a)$

2011학년도 수능 9월 모의평가	3점

19. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 t 에 대하여 $\int_0^2 xf(tx)dx = 4t^2$ 을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2010학년도 수능 9월 모의평가	3점

20. 함수 $f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^6}\, dt$ 에 대하여 상수 a 가 $f(a) = \frac{1}{2}$ 을 만족시킬 때, $\int_0^a \frac{e^{f(x)}}{1+x^6}\, dx$ 의 값은?

① $\frac{\sqrt{e}-1}{2}$ ② $\sqrt{e}-1$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{e}+1}{2}$ ⑤ $\sqrt{e}+1$

21. $x>0$ 에서 정의된 함수 $f(x)=x\ln x-x$ 에 대하여 함수 $f'(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,
$h(x)=\int g(x)\sqrt{g(x)+2}\,dx$ 라 하자.
$\ln 2 \leq x \leq \ln 7$ 에서 함수 $h(x)$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은?

① 12　② $\frac{37}{3}$　③ $\frac{38}{3}$　④ 13　⑤ $\frac{40}{3}$

2014학년도 수능 9월 모의평가	4점

22. 두 연속함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$g\left(e^x\right) = \begin{cases} f(x) & (0 \leqq x < 1) \\ g\left(e^{x-1}\right) + 5 & (1 \leqq x \leqq 2) \end{cases}$$

를 만족시키고, $\int_1^{e^2} g(x)dx = 6e^2 + 4$ 이다.

$\int_1^e f(\ln x)dx = ae + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 정수이다.)

23. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(0)=1,\ f(1)=2$
> (나) $f'(x)>0,\ \ f''(x)>0$ (단, $0<x<1$)

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

〈보 기〉

ㄱ. 함수 $y=\{f(x)\}^2$의 그래프는 구간 $(0,\ 1)$에서 아래로 볼록하다.

ㄴ. $\displaystyle\int_0^1 \{f(x)+f(1-x)\}dx<3$

ㄷ. $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{\left\{f\left(\frac{k-1}{n}\right)\right\}^2+\left\{f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}^2}{2}\cdot\frac{1}{n}\geq\int_0^1\{f(x)\}^2dx$

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

05 부분적분법

학습 목표

• 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

[1] 부분적분법

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때,

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

참고

미분하기 쉬운 것을 $f(x)$, 적분하기 쉬운 것을 $g'(x)$로 놓는데
로그함수, 다항함수, 삼각함수, 지수함수
순으로 미분하기 쉬운 함수를 $f(x)$로 선택하고,
나머지 함수를 $g'(x)$로 선택한다.

[2] 부분적분법을 이용한 정적분

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능하고 $f'(x)$, $g'(x)$가 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = \Big[\, f(x)g(x)\Big]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

24. $\int_{2\pi}^{3\pi} x\sin x\,dx$ 의 값은?

① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

25. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=x\cos 3x$ 이고 $f(0)=\frac{1}{9}$ 일 때, $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$의 값은?

① $\frac{\pi}{18}$ ② $\frac{\pi}{15}$ ③ $\frac{\pi}{12}$

④ $\frac{\pi}{9}$ ⑤ $\frac{\pi}{6}$

26. 양의 실수를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x)=x$, $h(x)=\ln x$ 에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족하는 함수 $g(x)$가 있다.
이때, $g(e)$의 값은?

(가) $f'(x)g(x)+f(x)g'(x)=h(x)$ (나) $g(1)=-1$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

27. $0 < x < 4\pi$에서 정의된 함수 $f(x)$의 도함수가

$f'(x) = x\cos\frac{x}{2}$ 이고 함수 $f(x)$의 극댓값이 π일 때,

함수 $f(x)$의 극솟값은?

① -8π ② -7π ③ -6π
④ -5π ⑤ -4π

28. $x > 0$에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$가

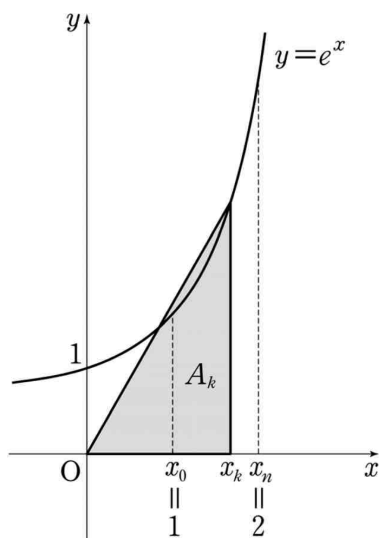
$f(x) + xf'(x) = (x^2 - 2)e^x$, $f(1) = -e$

를 만족시킬 때, $f(3)$의 값은?

① $e^3 - 1$ ② e^3 ③ $e^3 + 1$
④ $e^3 + 2$ ⑤ $e^3 + 3$

2014학년도 수능 6월 모의평가	4점

29. 함수 $f(x)=e^x$ 이 있다. 2 이상인 자연수 n 에 대하여 닫힌 구간 $[1,\ 2]$ 를 n 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로 $1=x_0$, x_1, x_2, $\cdots$, x_{n-1}, $x_n=2$ 라 하자.
세 점 $(0,\ 0)$, $(x_k,\ 0)$, $(x_k,\ f(x_k))$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 A_k $(k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}A_k$ 의 값은?



① $\frac{1}{2}e^2-e$　② $\frac{1}{2}(e^2-e)$　③ $\frac{1}{2}e^2$
④ e^2-e　⑤ $e^2-\frac{1}{2}e$

2013학년도 수능 6월 모의평가	4점

30. 정의역이 $\{x \mid x > -1\}$ 인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$f'(x) = \dfrac{1}{(1+x^3)^2}$ 이고, 함수 $g(x) = x^2$ 일 때,

$\displaystyle\int_0^1 f(x)g'(x)dx = \frac{1}{6}$ 이다. $f(1)$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{5}{18}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{7}{18}$

31. 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = x^3 e^{x^2}$ 이고 닫힌 구간 $[-1,\ 2]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값이 $-\frac{1}{2}$일 때, 이 구간에서 함수 $f(x)$의 최댓값은?

① $\frac{1}{2}e^4$ ② e^4 ③ $\frac{3}{2}e^4$

④ $2e^4$ ⑤ $\frac{5}{2}e^4$

2014학년도 수능 6월 모의평가	4점

32. 함수 $f(x)=\dfrac{1}{1+x}$ 에 대하여

$F(x)=\displaystyle\int_0^x tf(x-t)\,dt\ \ (x \geqq 0)$ 일 때,

$F'(a)=\ln 10$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오.

2014학년도 수능	4점

33. 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=\dfrac{\pi}{2}\displaystyle\int_1^{x+1} f(t)dt$이다.

$f(1)=1$일 때, $\pi^2\displaystyle\int_0^1 xf(x+1)dx$의 값은?

① $2(\pi-2)$ ② $2\pi-3$ ③ $2(\pi-1)$
④ $2\pi-1$ ⑤ 2π

34. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 있다. 모든 실수 x에 대하여 $f(2x)=2f(x)f'(x)$이고,

$f(a)=0$, $\int_{2a}^{4a}\frac{f(x)}{x}dx=k$ $(a>0,\ 0<k<1)$ 일 때,

$\int_{a}^{2a}\frac{\{f(x)\}^2}{x^2}dx$의 값을 k로 나타낸 것은?

① $\frac{k^2}{4}$ ② $\frac{k^2}{2}$ ③ k^2

④ k ⑤ $2k$

35. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \leqq x < 1$ 일 때 $f(x) = \dfrac{(x^2-1)^2}{x^4+1}$ 이다.
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다.

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 4\int_{0}^{1} f(x)\,dx$

ㄴ. $1 < x < 2$ 일 때, $f'(x) > 0$ 이다.

ㄷ. $\int_{1}^{3} x\,|f'(x)|\,dx = 4$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

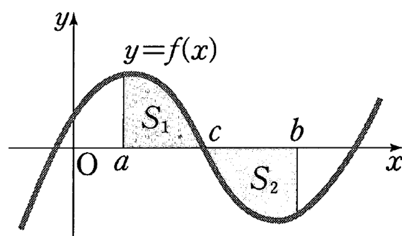
2 정적분의 활용

01 축으로 둘러싸인 도형의 넓이

학습 목표

• 곡선과 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

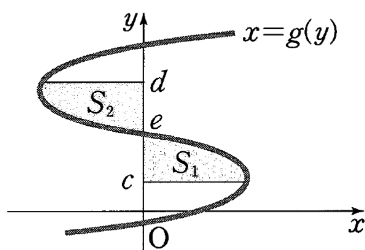
[1] 곡선과 x축 사이의 넓이



함수 $f(x)$가 구간 $[a,\ b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=S_1+S_2=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b\{-f(x)\}dx$$
$$=\int_a^c|f(x)|dx+\int_c^b|f(x)|dx$$
$$=\int_a^b|f(x)|dx$$

[2] 곡선과 y축 사이의 넓이



함수 $g(y)$가 구간 $[c, d]$에서 연속일 때, 곡선 $x=g(y)$와 y축 두 직선 $y=c$, $y=d$ 로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

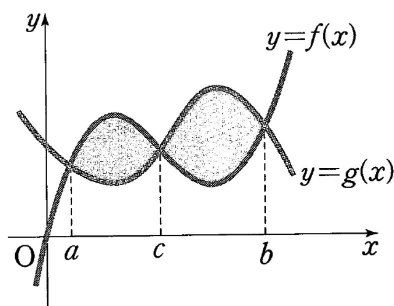
$$S=S_1+S_2=\int_c^e g(y)dy+\int_e^d\{-g(y)\}dy$$
$$=\int_c^e|g(y)|dy+\int_e^d|g(y)|dy$$
$$=\int_c^d|g(y)|dy$$

02 두 곡선 사이의 넓이

학습 목표

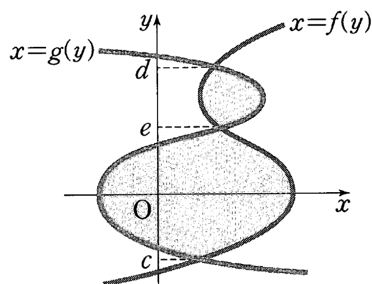
• 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

구간 $[a, b]$에서 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는



$$S=\int_a^c \{f(x)-g(x)\}dx+\int_c^b \{g(x)-f(x)\}dx$$
$$=\int_a^c |f(x)-g(x)|dx+\int_c^b |f(x)-g(x)|dx$$
$$=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$

구간 $[c, d]$에서 두 곡선 $x=f(y)$와 $x=g(y)$ 및 두 직선 $y=c$, $y=d$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는



$$S=\int_c^e \{f(y)-g(y)\}dy+\int_e^d \{g(y)-f(y)\}dy$$
$$=\int_c^e |f(y)-g(y)|dy+\int_e^c |f(y)-g(y)|dy$$
$$=\int_c^d |f(y)-g(y)|dy$$

2005학년도 수능	4점

1. 곡선 $y=3\sqrt{x-9}$와 이 곡선 위의 점 $(18,\ 9)$에서의 접선 및 x축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오.

2. 함수 $f(x)=e^{x}-1$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

〈보 기〉

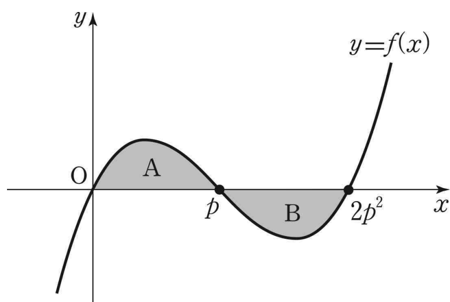
ㄱ. $\int_{0}^{1} f(x)dx=e-2$

ㄴ. $x>0$에서 $f(x)>x$이다.

ㄷ. $\frac{5\left(e^{5}-1\right)}{2}<\int_{0}^{e^{5}-1} f^{-1}(x)dx<\frac{\left(e^{5}-1\right)^{2}}{2}$

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 연속함수 $f(x)$의 그래프는 그림과 같다. 이 곡선과 x축으로 둘러싸인 두 부분 A, B의 넓이가 각각 α, β일 때, 정적분 $\int_0^p x f(2x^2)dx$ 의 값은? (단, $p > \frac{1}{2}$)

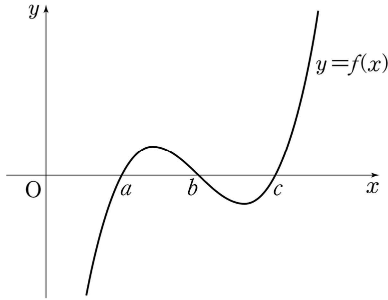


① $\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$　② $\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$　③ $\alpha+\beta$

④ $\frac{1}{4}(\alpha+\beta)$　⑤ $\frac{1}{4}(\alpha-\beta)$

2013학년도 수능 9월 모의평가	3점

4. 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같고, $f(x)$는 $\int_a^b f(x)\,dx=3$, $\int_a^c f(x)\,dx=0$을 만족시킨다.
함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



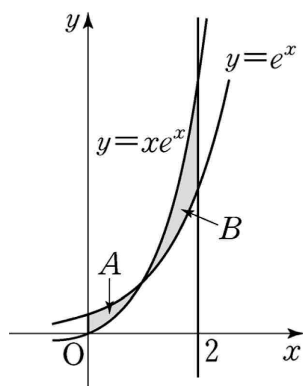
<보　　기>

ㄱ. $F(b)=F(a)+3$
ㄴ. 점 $(c,\ F(c))$는 곡선 $y=F(x)$의 변곡점이다.
ㄷ. $-3<F(a)<0$이면 방정식 $F(x)=0$은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2012학년도 수능	4점

5. 그림에서 두 곡선 $y=e^x$, $y=xe^x$ 과 y 축으로 둘러싸인 부분 A 의 넓이를 a, 두 곡선 $y=e^x$, $y=xe^x$ 과 직선 $x=2$ 로 둘러싸인 부분 B 의 넓이를 b 라 할 때, $b-a$ 의 값은?



① $\frac{3}{2}$　　② $e-1$　　③ 2

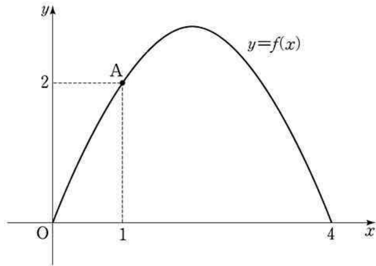
④ $\frac{5}{2}$　　⑤ e

2016학년도 수능 6월 모의평가	3점

6. 닫힌 구간 $[0,\ 4]$ 에서 정의된 함수

$$f(x)=2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}x$$

의 그래프가 그림과 같고 직선 $y=g(x)$가 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$ 를 지난다.

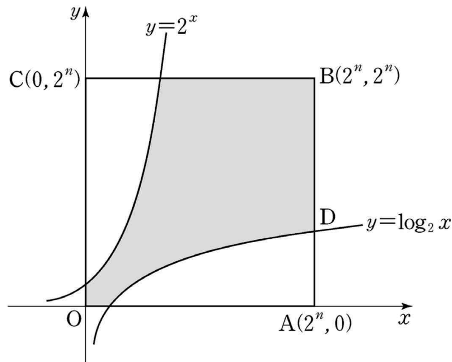


직선 $y=g(x)$ 가 x축에 평행할 때, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$ 에 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{16}{\pi}-4$　② $\frac{17}{\pi}-4$　③ $\frac{18}{\pi}-4$　④ $\frac{16}{\pi}-2$　⑤ $\frac{17}{\pi}-2$

2014학년도 수능 9월 모의평가	4점

7. 좌표평면에서 꼭짓점의 좌표가 $O(0,\ 0)$, $A(2^n,\ 0)$, $B(2^n,\ 2^n)$, $C(0,\ 2^n)$ 인 정사각형 $OABC$ 와 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오. (단, n 은 자연수이다.)

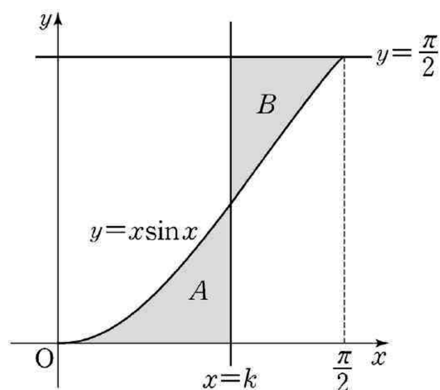


정사각형 $OABC$ 와 그 내부는 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$ 에 의하여 세 부분으로 나뉜다. $n=3$ 일 때 이 세 부분 중 색칠된 부분의 넓이는?

① $14+\frac{12}{\ln 2}$　② $16+\frac{14}{\ln 2}$　③ $18+\frac{16}{\ln 2}$　④ $20+\frac{18}{\ln 2}$　⑤ $22+\frac{20}{\ln 2}$

2012학년도 수능 9월 모의평가	4점

8. 그림과 같이 곡선 $y = x\sin x$ $\left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$에 대하여 이 곡선과 x축, 직선 $x = k$로 둘러싸인 영역을 A, 이 곡선과 직선 $x = k$, 직선 $y = \frac{\pi}{2}$로 둘러싸인 영역을 B라 하자. A의 넓이와 B의 넓이가 같을 때, 상수 k의 값은? (단, $0 \le k \le \frac{\pi}{2}$)



① $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi}$　② $\frac{\pi}{4}$　③ $\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}$

④ $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{\pi}$　⑤ $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{\pi}$

2015학년도 수능 6월 모의평가	3점

9. 함수 $y = e^x$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x = 1$ 로 둘러싸인 영역의 넓이가 직선 $y = ax$ $(0 < a < e)$ 에 의하여 이등분될 때, 상수 a 의 값은?

① $e - \frac{1}{3}$　② $e - \frac{1}{2}$　③ $e - 1$

④ $e - \frac{4}{3}$　⑤ $e - \frac{3}{2}$

2009학년도 수능 9월 모의평가	3점

10. 좌표평면에서 곡선 $y=\dfrac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}$ 과 직선 $y=\dfrac{2}{3}x$ 로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합은?

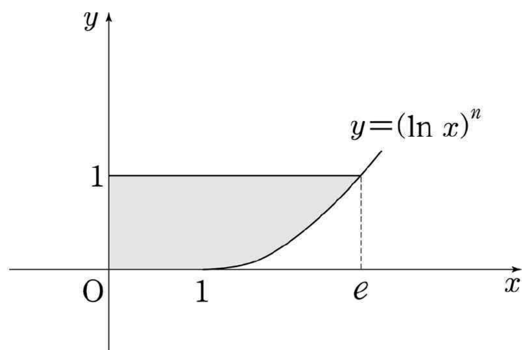
① $\dfrac{5}{3}\ln 2-\ln 3$　② $2\ln 3-\dfrac{5}{3}\ln 2$

③ $\dfrac{5}{3}\ln 2+\ln 3$　④ $2\ln 3+\dfrac{5}{3}\ln 2$

⑤ $\dfrac{7}{3}\ln 2-\ln 3$

2013학년도 수능 6월 모의평가	4점

11. 2이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=(\ln x)^n$ $(x \geq 1)$ 과 x 축, y 축 및 $y=1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n 이라 하자. <보기> 에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



[보 기]

ㄱ. $1 \leq x \leq e$ 일 때, $(\ln x)^n \geq (\ln x)^{n+1}$ 이다.

ㄴ. $\mathrm{S}_n < \mathrm{S}_{n+1}$

ㄷ. 함수 $f(x)=(\ln x)^n$ $(x \geq 1)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하면 $\mathrm{S}_n = \int_0^1 g(x)\,dx$ 이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ,ㄷ

12. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^2 f(x)dx$의 최솟값은?

(가) $f(0)=1,\ f'(0)=1$
(나) $0<a<b<2$이면 $f'(a)\le f'(b)$이다.
(다) 구간 $(0,1)$에서 $f''(x)=e^x$이다.

① $\frac{1}{2}e-1$　　② $\frac{3}{2}e-1$　　③ $\frac{5}{2}e-1$
④ $\frac{7}{2}e-2$　　⑤ $\frac{9}{2}e-2$

2016학년도 수능 6월 모의평가	4점

13. 정의역이 $\{x \mid 0 \leq x \leq 8\}$이고 다음 조건을 만족시키는 모든 연속함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^8 f(x)\,dx$의 최댓값은 $p+\frac{q}{\ln 2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p, q는 자연수이고, $\ln 2$는 무리수이다.)

(가) $f(0)=1$이고 $f(8) \leq 100$이다.
(나) $0 \leq k \leq 7$인 각각의 정수 k에 대하여

$$f(k+t)=f(k) \quad (0<t \leq 1)$$

또는

$$f(k+t)=2^t \times f(k) \quad (0<t \leq 1)$$

이다.
(다) 열린 구간 $(0,\ 8)$에서 함수 $f(x)$가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

2015학년도 수능	4점

14. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)=\int_{0}^{x}(a-t)e^{t}dt$의 최댓값이 32이다. 곡선 $y=3e^{x}$과 두 직선 $x=a$, $y=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

2016학년도 수능 9월 모의평가	4점

15. 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} |\sin x|-\sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \le x \le 0\right) \\ \sin x-|\sin x| & \left(0 \le x \le \frac{7}{2}\right) \end{cases}$$

라 하자.

닫힌 구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi,\ \frac{7}{2}\pi\right]$에 속하는 모든 실수 x에 대하여 $\int_{a}^{x} f(t)\,dt \ge 0$이 되도록 하는 실수 a의 최솟값을 α, 최댓값을 β라 할 때, $\beta-\alpha$의 값은? (단, $-\frac{7}{2}\pi \le \alpha \le \frac{7}{2}\pi$)

① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{2}\pi$

④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

2015학년도 수능 9월 모의평가	4점

16. 양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 이다.
(나) 임의의 양의 실수 t 에 대하여 세 점
$(0,\ 0),\ (t,\ f(t)),\ (t+1,\ f(t+1))$
을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\dfrac{t+1}{t}$ 이다.
(다) $\displaystyle\int_1^2 \frac{f(x)}{x}\,dx = 2$

$\displaystyle\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x}\,dx = \frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

03 입체도형의 부피

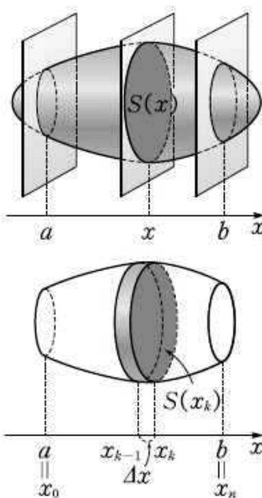
학습 목표

• 입체도형의 부피를 구할 수 있다.

구간 $[a,\ b]$에서 x좌표가 x인 점을 지나고 x축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 단면의 넓이가 $S(x)$인 입체도형의 부피 V는

$$V=\int_a^b S(x)dx$$

x좌표가 x인 점을 지나고 x축에 수직인 평면으로 이 입체도형을 잘랐을 때의 단면의 넓이를 $S(x)$라고 하자.



x축 위의 구간 $[a,\ b]$를 n등분하여 양 끝 점과 각 분점의 x좌표를 차례대로

$$a=x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{n-1},\ x_n=b$$

라 하고, 각 소구간의 길이를 Δx라고 하면,

$$\Delta x=\frac{b-a}{n},$$

$$x_k=a+k\Delta x\ \ (k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

이때 밑면의 넓이가 $S(x_k)$ $(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$이고 높이가 Δx인 n개의 입체도형의 부피의 합 V_n은 $V_n=\sum_{k=1}^{n}S(x_k)\Delta x$

따라서 정적분의 정의에 의하여 구하는 부피 V는

$$V=\lim_{n\to\infty}V_n=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}S(x_k)\Delta x=\int_a^b S(x)dx$$

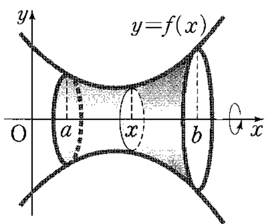
04 회전체 부피

학습 목표

- 회전체의 부피를 구할 수 있다.

[1] x축 둘레로 회전시킨 회전체의 부피

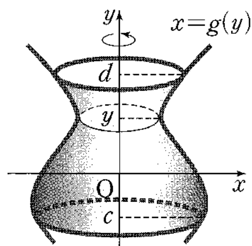
함수 $f(x)$가 구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$ $(a<b)$로 둘러싸인 부분을 x축의 둘레로 회전시킬 때, 생기는 회전체의 부피 V_x는



$$V_x = \int_a^b \pi y^2\,dx = \int_a^b \pi\{f(x)\}^2 dx$$

[2] y축 둘레로 회전시킨 회전체의 부피

함수 $g(y)$가 구간 $[c, d]$에서 연속일 때, 곡선 $x=g(y)$와 y축 및 두 직선 $y=c$, $y=d$ $(c<d)$로 둘러싸인 부분을 y축의 둘레로 회전시킬 때, 생기는 회전체의 부피 V_y는



$$V_y = \int_c^d \pi x^2\,dy = \int_c^d \pi\{g(y)\}^2 dy$$

2013학년도 수능 6월 모의평가	3점

17. 곡선 $y=e^x-1$ 과 x 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 도형을 x 축 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피가 $\frac{\pi}{2}(e^2+ae+b)$ 이다. a^2+b^2 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.)

2016학년도 수능 9월 모의평가	4점

18. 곡선 $y=e^{\frac{x}{2}}$ 과 y축 및 직선 $y=e$로 둘러싸인 부분을 x축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는?

① $\frac{e^2+1}{2}\pi$　② $\frac{e(e+1)}{2}\pi$　③ $e^2\pi$
④ $(e^2+1)\pi$　⑤ $e(e+1)\pi$

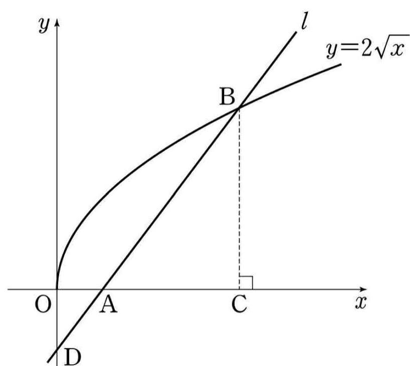
19. 곡선 $y=\frac{1}{2}\ln x$와 x축, y축 및 직선 $y=\ln 2$로 둘러싸인 영역을 y축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를 V라 할 때, $\frac{V}{\pi}$의 값은 $\frac{q}{p}$이다. 서로 소인 자연수 p, q에 대하여 $p+q$의 값을 구하여라.

2013학년도 수능 6월 모의평가	3점

20. 함수 $y=\frac{1}{2}x^2\ (x \geq 0)$의 그래프와 이 함수의 역함수의 그래프로 둘러싸인 부분을 x축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

2014학년도 수능 6월 모의평가	4점

21. 점 $A(1,\ 0)$ 을 지나고 기울기가 양수인 직선 l 이 곡선 $y=2\sqrt{x}$ 와 만나는 점을 B, 점 B 에서 x 축에 내린 수선의 발을 C, 직선 l 이 y 축과 만나는 점을 D 라 하자.

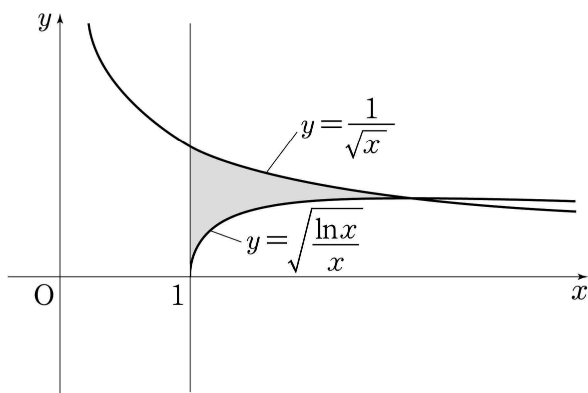


$\overline{AB} : \overline{AD} = 3 : 1$ 일 때, 점 B 의 x 좌표를 a 라 하자. x 축, 직선 $x=a$, 곡선 $y=2\sqrt{x}$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는?

① 32π ② 33π ③ 34π
④ 35π ⑤ 36π

2013학년도 수능 9월 모의평가	3점

22. 두 곡선 $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$, $y=\sqrt{\dfrac{\ln x}{x}}$ 와 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분을 x축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는 V이다. $\dfrac{100V}{\pi}$의 값을 구하시오.



23. 함수 $f(x)=\begin{cases} 2x & (0 \leqq x < 1) \\ 2 & (x \geqq 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x)$를

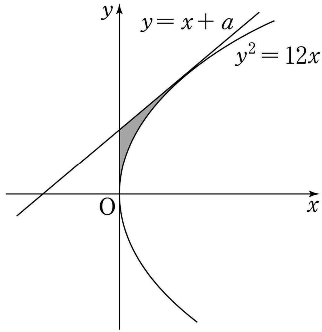
$g(x)=\int_0^x f(t)dt \quad (x \geqq 0)$

이라 하자. 곡선 $y=g(x)$와 x축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분을 x축 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $q-p$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

2010학년도 수능 9월 모의평가	4점

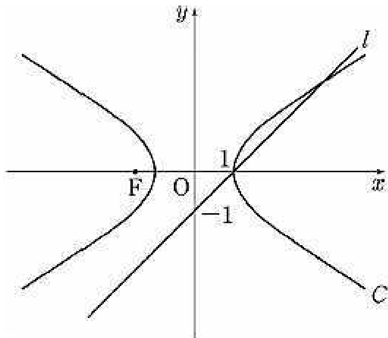
24. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 양수 x에 대하여 $\int_0^x (x-t)\{f(t)\}^2\,dt = 6\int_0^1 x^3(x-t)^2\,dt$를 만족시킨다.
곡선 $y=f(x)$와 직선 $x=1$, x축, y축으로 둘러싸인 도형을 x축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를 $a\pi$라 할 때, a의 값을 구하시오.

25. 직선 $y=x+a$가 포물선 $y^2=12x$에 접할 때, 포물선 $y^2=12x$와 직선 $y=x+a$ 및 y축으로 둘러싸인 부분을 x축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를 $b\pi$라 하자. 두 상수 a, b의 곱 ab의 값을 구하시오.



2014학년도 수능	4점

26. 그림과 같이 직선 $l : x-y-1=0$과 한 초점이 점 $F(c, 0)$ (단, $c<0$)인 쌍곡선 $C : x^2-2y^2=1$이 있다.



직선 l과 쌍곡선 C로 둘러싸인 부분을 y축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는?

① $\frac{5}{3}\pi$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{4}{3}\pi$

④ $\frac{7}{6}\pi$ ⑤ π

MEMO

MEMO

EBS

www.ebs*i*.co.kr

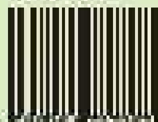
수능개념 수학

수학 만점의 시작 김경한의

미적분 Ⅱ



정가 8,000원





시청자센터 & 인터넷 VOD 문의

교재 구입 문의

교재 내용 문의

수학 만점의 시작 김경한의 미적분 Ⅱ